

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À

L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE ES SCIENCES (PHYSIQUE)

PAR

SIMON SENNEVILLE

ÉTUDE DE LA STABILITÉ DES COURANTS CÔTIERS CURVILIGNES.

DÉCEMBRE 1995

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

Remerciements

Je tiens à remercier M. Yves Gratton, chercheur à l'INRS-Océanologie, pour son support académique et financier tout au cours de ce mémoire.

Je voudrais aussi remercier feu M. André Robert qui était professeur à l'UQAM et qui, par l'entremise d'une bourse C.R.S.N.G., m'a financé en majeure partie au cours de ma maîtrise. Je remercie également M. Paul Lavallée, professeur au département de physique de l'UQAM, directeur de thèse rattaché à l'UQAM, ainsi que le département de physique de l'UQAM pour son support informatique et financier.

Je remercie aussi M. Pierre Larouche pour les données sur le courant de Gaspé ainsi que Mme Caroline Lafleur pour son aide dans l'analyse des données de Pierre Larouche.

Finalement, je remercie ma femme Anie.

Table des matières

Liste des figures	v
Liste des tableaux	viii
Résumé	ix
Introduction	1
Chapitre I	3
Instabilité: revue de la littérature	3
Qu'est-ce qu'une instabilité?	3
Instabilités des jets côtiers	4
Chapitre II	11
Modélisation physique et mathématique	11
Modèle barotrope	11
Modèle barocline	17
Discretisation et résolution	25
Chapitre III	29
Validation	29
Étude d'instabilité en coordonnées cylindriques	39
Cas pseudo-barotrope	43

Cas barocline.....	47
Chapitre IV	63
Étude du courant de Gaspé	63
Le système du St-Laurent.....	63
Le courant de Gaspé	65
Structure et caractéristiques	65
Instabilité du courant de Gaspé	66
Simulation du courant de Gaspé	68
Discussion	80
Conclusion	83
Bibliographie.....	85

Liste des figures

Figure 0.1 : Carte de la péninsule gaspésienne.....	1
Figure 2.1 : Représentation des modèles cartésien et cylindrique.	11
Figure 2.2 : Illustration du modèle à deux couches	18
Figure 3.1 : Distribution de vitesse selon Hart (1974).	30
Figure 3.2 : Taux de croissance adimensionnel (lignes pleines) en fonction du nombre d'onde k pour $\lambda=2$ et $\delta=0.08$ d'après Hart (1974).	31
Figure 3.3: Taux de croissance adimensionnel en fonction du nombre d'onde k pour $\lambda=2$ et $\delta=0.08$ d'après notre modèle cartésien à deux couches.	32
Figure 3.4 : Contours des taux de croissance adimensionnels d'après Hart(1974) pour $\lambda= 1$	33
Figure 3.5 : Contours des taux de croissance adimensionnels d'après notre modèle barocline cartésien pour $\lambda= 1$	34
Figure 3.6: Contours de taux de croissance adimensionnels d'après Hart(1974) pour $\lambda=2$	35
Figure 3.7 : Contours des taux de croissance adimensionnels d'après notre modèle barocline cartésien pour $\lambda= 2$	36
Figure 3.8 : Comparaison entre les cas barotrope et pseudo-barotrope. Distribution de vitesse selon Hart(1974) avec $\lambda=2$, $F=0.01$, $\delta=0.08$	37
Figure 3.9 : Variation du taux de croissance en fonction du rayon de courbure, pour $F=10$, $\lambda=2$ (pour le cas cartésien la légende de l'axe des abscisses doit se lire K)	38
Figure 3.10 : Taux de croissance adimensionnel en fonction de F et δ pour le cas cartésien barocline avec la distribution de vitesse selon Hart avec $\lambda=2$	40
Figure 3.11 : Taux de croissance adimensionnel en fonction de F et δ pour le cas cylindrique barocline avec la distribution de vitesse selon Hart avec $\lambda=2$	40
Figure 3.12 : Comparaison du cisaillement latéral de la distribution de vitesse Hart (1974) avec $\lambda=2$ en fonction de la position latérale, pour différents rayons de courbure.	42
Figure 3.13: Distributions de vitesse : a) $u = 1 - 2^{2x}$, b) $u = 1 - r/r_{\max}$ et c) $u = 2^{-2x}$	44

Figure 3.14 : Taux de croissance maximal d'une instabilité centrifuge en fonction du rayon de courbure avec la distribution de vitesse de la figure 3.13b)	45
Figure 3.15 : Taux de croissance dimensionnel pour l'instabilité centrifuge de la figure 3.14 avec rayon de courbure initial de 2,5 km.	46
Figure 3.16 : Taux de croissance adimensionnel maximal pour des instabilités dans un canal de largeur 4 et dont le rayon de courbure est égal à 10, pour une distribution de vitesse selon Hart(1974) avec $\Lambda=2$	47
Figure 3.17: Taux de croissance maximal pour $F=1$, extrait de la figure 3.16.....	48
Figure 3.18 : Transition d'instabilité de la figure 3.17 pour $\delta = 0.03$ (en haut) et $\delta= 0.04$ (en bas).	49
Figure 3.19 : Taux de croissance adimensionnel maximal pour un δ de 0.03, un F de 1 et une distribution de vitesse selon Hart(1974) avec $\lambda = 2$	54
Figure 3.20 : Variation des taux de croissance adimensionnels pour différentes largeurs de canal en fonction de k , pour la distribution de vitesse de Hart(1974) avec $\lambda=2$	55
Figure 3.21 : Topographie en fonction de puissance ($1-(r/200)^8$) dans le modèle (ligne pleine) que l'on retrouve le long de la péninsule gaspésienne (ligne discontinue).	56
Figure 3.22: Effet dû à la topographie de la figure 3.21 sur les taux de croissance de la distribution de vitesse Hart (1974) avec $\lambda=2$, $F=10$ et $\delta=0.08$	57
Figure 3.23 : Distribution de vitesse typique d'un jet côtier. La vitesse est de la forme $u=(\sin((x^s)\pi))^t$ avec $s=0.5$ et $t=8$	58
Figure 3.24 : Taux de croissance maximal pour la distribution de vitesse représenté à la figure 3.23 avec le modèle à deux couches en coordonnées cartésiennes.	59
Figure 3.25 : Taux de croissance maximal pour la distribution de vitesse représenté à la figure 3.23; avec le modèle à deux couches en coordonnées cylindriques avec un rayon de 10.....	60
Figure 3.26 : Coupe le long de $F=3$ de la figure 3.25	61
Figure 4.1: Carte du golfe du St-Laurent présentant les différentes régions discutées dans le texte: l'estuaire supérieur, l'estuaire maritime et le golfe du St-Laurent; modifiée d'après Koutitonsky et Bugden(1991).	64

Figure 4.2 : Distribution de vitesse adimensionnelle de type jet côtier avec $s=0.5$ et $t=8$ dans l'équation (3.2).	70
Figure 4.3: Taux maximal d'instabilité pour le modèle cartésien avec la distribution de vitesse de la figure 4.2.	71
Figure 4.4 : Taux maximal d'instabilité pour le modèle cylindrique avec la distribution de la figure 4.2.....	71
Figure 4.5: Localisation des stations d'échantillonnage. La radiale 12 est composée des stations 121 à 125 située près de Cap-Chat. Reproduit d'après Larouche(1993a)	72
Figure 4.6 : Distribution des vitesses parallèles à la côte (azimutales) à 15 m, sur un cycle de marée de la radiale 12. Les différents profils sont espacés d'environ 6 heures.....	73
Figure 4.7 : Comparaison entre les données (ligne discontinue, courbe a) de la figure 4.6 et un profil sinusoïdal (eq. 3.3) avec $s=0.33$ et $t=30$ (ligne pleine).	74
Figure 4.8 : Comparaison entre les données (ligne discontinue, courbe b) de la figure 4.6 et un profil sinusoïdal (eq. 3.3) avec $s=0.3$ et $t=4$ (ligne pleine).	74
Figure 4.9: Profils de densité associés aux distributions de vitesse a) et b) de la figures 4.6...	75
Figure 4.10: Section des vitesses associées aux distributions de vitesse des figures 4.6a) et 4.6b)	76
Figure 4.11 :Taux de croissance adimensionnel pour la distribution de vitesse de la figure 4.8 avec notre modèle à deux couches en coordonnées cartésiennes.	78
Figure 4.12 : Taux de croissance adimensionnel pour la distribution de vitesse de la figure 4.8 avec notre modèle à deux couches en coordonnées cylindriques.	78

Liste des tableaux

Tableau 1: Comparaison entre les résultats des simulations et ceux tirés de la littérature. 79

Résumé

Ce mémoire a pour objet d'étudier les instabilités des jets côtiers curvilignes. Afin de comparer les instabilités produites dans un écoulement rectiligne et ceux d'un écoulement curviligne, nous étudions le phénomène dans des systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques. Ce dernier système de coordonnées a pour avantage qu'un courant moyen curviligne se propage le long des courbes où le rayon est constant. Nous pouvons donc séparer les équations et étudier l'importance de la courbure pour des jets côtiers de différents rayons. Les jets côtiers sont, dans les travaux jusqu'à ce jour, considérés comme étant des courants rectilignes. L'effet de courbure y est donc négligé. Notre étude montre que cet effet peut être très important.

Cette étude a comme point de départ les équations de St-Venant, avec lesquelles nous dérivons les équations de conservation du tourbillon potentiel. Les modèles que nous avons bâtis à partir de ces équations nous permettent de déterminer la longueur d'onde et le taux de croissance des instabilités. Ces modèles nous ont permis de constater que les distributions et les amplitudes des taux de croissance des instabilités barotropes et baroclines étaient affectées par la courbure d'un jet côtier. De plus, nous observons que pour un écoulement courbé, il existe des instabilités centrifuges. Ce type d'instabilité n'avait jamais été associé aux jets côtiers. Nous concluons également que de petites variations de la distribution de vitesse du courant moyen peuvent engendrer d'importants changements dans la distribution des instabilités qui y sont associées.

Mots clés: Instabilité des jets côtiers,

Instabilité centrifuge,

Instabilité barotrope,

Instabilité barocline,

Courant de Gaspé.

Introduction

Les instabilités des jets côtiers sont généralement étudiées en coordonnées cartésiennes. Cependant, un coup d'oeil sur une carte du golfe du St-Laurent (figure 0.1) nous montre que la côte de la Gaspésie forme, entre Pointe-des-Monts et Gaspé, un arc de cercle presque parfait. Les rayons de courbures R_0 et R_2 ont des valeurs respectives d'environ 190 km et 250 km.

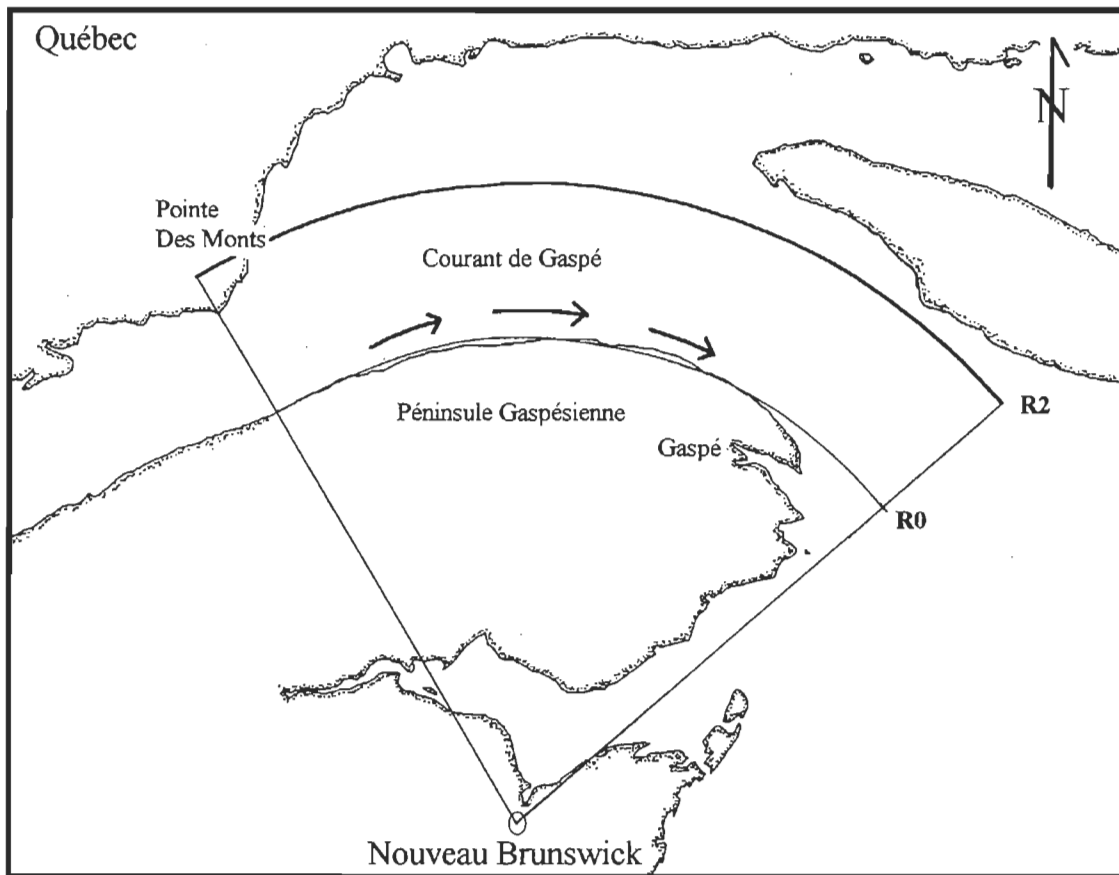


Figure 0.1 : Carte de la péninsule gaspésienne.

Un modèle en coordonnées cylindriques nous permettra de mieux reproduire l'environnement du courant de Gaspé. De plus, les expériences en laboratoire (voir Drazin et Reid, 1981, par exemple) montrent qu'un nouveau type d'instabilité peut apparaître en milieu

tournant ou lorsque les lignes de courant sont recourbées: l'instabilité centrifuge. L'objectif de ce travail est de déterminer l'importance de ce type d'instabilité dans la nature.

Au cours de notre étude, nous utilisons deux modèles. Le premier est un modèle barotrope, sans topographie. Ce modèle est simple et de cette façon, nous isolons les instabilités barotropes et centrifuges, et nous pouvons étudier leurs comportements dus à la variation de divers paramètres. Ces observations sont, par la suite, utilisées dans un modèle barocline à deux couches pour identifier les instabilités centrifuges parmi les autres types d'instabilités. De plus, afin de valider les résultats, chacun de ces modèles a été construit en coordonnées cartésiennes et cylindriques, et sera résolu numériquement.

Ce mémoire comporte quatre chapitres, en plus de l'introduction et de la conclusion. Dans le premier chapitre, nous faisons un survol de la littérature pertinente. Le second comprend la modélisation physique et mathématique des écoulements étudiés. Dans le troisième, nous utilisons ces modèles pour faire une étude de plusieurs types de courants côtiers. Le dernier chapitre présente une étude du courant de Gaspé à l'aide d'un modèle à deux couches en coordonnées cylindriques.

Chapitre I

Instabilité: revue de la littérature

Il existe plusieurs types d'instabilités. Au cours des quinze dernières années, plusieurs centaines d'études ont été publiées dans ce domaine. Dans les prochains chapitres, nous nous concentrerons sur les instabilités des courants ou jets côtiers. Plus particulièrement, nous décrirons les instabilités barotrope et barocline en milieu tournant. Nous introduirons les coordonnées cylindriques car, dans le cas du courant de Gaspé, la côte de la Gaspésie peut être représentée par un arc de cercle et les équations sont ainsi séparables. De plus, nous constaterons que l'effet dû à la courbure permet le développement d'un autre type d'instabilité: les instabilités centrifuges. Les équations en coordonnées cylindriques en facilitent le traitement.

Qu'est-ce qu'une instabilité?

Une instabilité est généralement caractérisée par la croissance spontanée d'une perturbation infinitésimale. Cette perturbation peut être de plusieurs types et nous définirons les instabilités par les types de perturbations qui les ont créées, c'est-à-dire le mécanisme qui engendre l'instabilité. Un système sera donc instable s'il permet le développement d'instabilités. Le système est stable s'il absorbe la perturbation et retrouve son état initial. Cependant, il se peut que la perturbation se propage sans être ni amplifiée, ni absorbée par le système; ce dernier est alors considéré comme étant neutre à ce type de perturbation. Une caractéristique importante des instabilités est qu'elles tendent généralement à rétablir la stabilité du système. Cependant, un système peut être soumis à une alternance de perturbations et ne devenir qu'une superposition d'ondes aux phases aléatoires; le système est alors considéré turbulent (Kundu, 1990).

Instabilités des jets côtiers

Instabilité barotrope

Ce type d'instabilité est bien documenté dans bon nombre d'ouvrages comme ceux de Pedlosky(1979) et de Gill(1982), par exemple. Ce type d'instabilité est caractéristique des systèmes barotropes où les surfaces de même pression sont parallèles aux surfaces de même densité (Pond et Pickard, 1983). La densité ne peut dépendre que de la pression. L'instabilité puise son énergie du cisaillement du courant moyen.

C'est Rayleigh qui fut le premier à déterminer le critère de stabilité de ces écoulements jusqu'à ce que Fjortoft en trouve un plus restrictif. Rayleigh a prouvé *"qu'un critère nécessaire (mais non suffisant) pour l'instabilité d'un écoulement parallèle non visqueux est que le profil de vitesse ait un point d'inflexion."* Fjortoft, se voulant plus restrictif, a démontré que: *"une condition nécessaire pour l'instabilité d'un écoulement non-visqueux est que*

$$\partial^2 U / \partial y^2 (U - U_1) < 0$$

quelque part dans l'écoulement", où U_1 est la vitesse au point d'inflexion et y la coordonnée perpendiculaire à l'écoulement. Si nous transposons cette condition en coordonnées cylindriques, nous obtenons:

$$\partial^2 u_\theta / \partial r^2 (u_\theta - u_{\theta 1}) < 0$$

où u_θ est la vitesse azimutale et r le rayon.

Dans notre cas, U_1 et $u_{\theta 1}$ seront les vitesses tangentielles au canal. Nous utiliserons ce critère lorsque viendra le temps de vérifier si les distributions de vitesse choisies sont potentiellement instables.

Un modèle fréquemment employé (Mysak, 1977; Tang, 1980; Mysak, 1982; Mertz et al., 1988) dans la littérature pour étudier ce type d'instabilité est le modèle Niiler-Mysak (Niiler et Mysak, 1971). Ce fut le premier modèle analytique à traiter les instabilités barotropes des courants côtiers. La simplicité de ce modèle analytique réside dans le fait qu'il est continu par morceaux au niveau de sa distribution de vitesse et sa topographie. Les solutions peuvent alors être obtenues en substituant une fonction d'onde complexe du type $\psi = A \exp ik(x - ct)$, où k est le nombre d'onde, x l'axe parallèle au courant, c la vitesse de phase et t le temps. Les relations de dispersion reliant la fréquence au nombre d'onde sont alors obtenues en satisfaisant les conditions aux frontières. Cependant, la topographie et les distributions de vitesse doivent être très simples. Les ondes qui ont des vitesses de phase avec une partie imaginaire auront alors une croissance exponentielle de leur amplitude. Il se produira donc une instabilité. Ce modèle a été appliqué au courant de Gaspé par Tang(1980), qui enleva la frontière pour en voir l'effet stabilisateur, et Mertz et al.(1982), qui en ajoutèrent une pour simuler un écoulement dans un canal. Les détails se retrouveront au chapitre 4. L'étude la plus systématique, avec ce modèle, a été effectuée par Mysak(1982). Il a introduit une représentation simple de courant, de contre-courant et de bathymétrie dans son étude du courant longeant l'île Kodiak en Alaska.

Instabilité barocline

Ce type d'instabilité est aussi bien documenté dans les livres de Pedlosky (1979) et de Gill (1982). On la retrouve dans les systèmes où les surfaces de même densité sont inclinées par rapport aux surfaces de même pression, c'est-à-dire les systèmes baroclines (Pond et Pickard, 1983). Le critère de stabilité d'un modèle barocline est beaucoup plus complexe que celui du modèle barotrope. Mais du point de vue physique, c'est une instabilité due à l'inclinaison des surfaces de même densité associées au gradient de vitesse verticale. Le fait que les surfaces de même densité soient inclinées donne une plus grande énergie potentielle au système; ce surplus d'énergie pourra être par la suite libéré en formant une instabilité, ce qui aura pour conséquence d'amoindrir la pente des surfaces de même densité et donc de stabiliser le système. Les pionniers de cette étude furent Charney (1947) et Eady (1949), cités dans Pedlosky (1987), qui démontrèrent que les perturbations observées dans l'atmosphère aux latitudes moyennes pouvaient être expliquées par la manifestation d'instabilités baroclines du vent zonal.

En laboratoire, cette instabilité est modélisée par une instabilité de cisaillement dans un bassin tournant où l'on crée un gradient de température horizontal. Dans la nature, la densité varie avec la profondeur d'une façon continue. Dans les milieux fortement stratifiés comme le courant de Gaspé, la stratification peut être approximée par la superposition de deux couches aux densités légèrement différentes mais constantes. Nous utilisons alors l'expression 'modèle à deux couches'

L'utilisation d'un modèle à deux couches est l'outil que nous avons choisi pour étudier cette instabilité. Ce modèle a été choisi car c'est le plus simple qui puisse générer ce type d'instabilité. Cependant, l'ajout de la topographie est nécessaire pour l'étude ultérieure du courant de Gaspé.

Les équations furent développées par Pedlosky(1964). Comme dans le cas de Niiler-Mysak, plusieurs autres auteurs se serviront de ces équations de base pour leurs recherches,

par exemple Hart (1974) et Mysak (1977). Pedlosky(1964) part des équations de St-Venant pour chacune des couches, il les adimensionne et forme les équations de conservation du tourbillon. Les calculs de cet article seront repris en détails dans le chapitre 2. Hart (1974) s'intéresse à la stabilité de systèmes en rotation solide avec une certaine décroissance de la vitesse après une distance L . En effet, la plupart des tourbillons de ce type rencontrent les critères d'instabilité, mais ont quand même une durée de vie assez longue, et c'est ce qu'il désire éclaircir. Son étude traite de l'écoulement sous deux paramètres qui sont F et δ ; F représente le nombre de Froude interne ($F=(L/r_i)^2$ où r_i est le rayon interne de Rossby, l'échelle caractéristique des mouvements internes, voir le chapitre 3) et δ le rapport de l'épaisseur de la première couche sur celle de la deuxième. Il dit ainsi étudier la stabilité des tourbillons. Cependant, il le fait en coordonnées cartésiennes. Alors pourquoi ne pas faire comme lui et prendre un modèle en coordonnées cartésiennes?

Regardons de plus près ce qui motive ce choix. Premièrement, il nous dit que pour résoudre le problème en coordonnées cylindriques, nous devrions trouver la solution de l'intégrale d'un triple produit de fonctions de Bessel pour un écoulement symétrique selon l'axe. Cette solution ne s'obtient pas de façon analytique. Il opte donc pour un modèle numérique en coordonnées cartésiennes sous prétexte que la forme algébrique réduite des équations en coordonnées polaires est identique à celles en coordonnées cartésiennes. Il dit par la suite que seulement de petites différences quantitatives devraient être prévues entre les deux systèmes de coordonnées! Les équations qu'il a utilisées pour son modèle proviennent de Pedlosky (1964). Voici maintenant les motifs pour lesquels je crois qu'il n'était pas juste d'utiliser le modèle que Hart a utilisé pour étudier la stabilité des tourbillons de grande échelle. Premièrement, les équations de Pedlosky sont des équations quasi-géostrophiques et pour être valides, cela implique que les forces centrifuges ne sont pas importantes à l'équilibre de l'ordre zéro, ce qui n'est pas le cas quand le rayon est petit. Ce problème est partiellement résolu si la partie en rotation solide de rayon r (L selon Hart) est suffisamment grande. Deuxièmement, comme nous allons le voir dans le prochain chapitre au niveau de la forme algébrique, nos équations en coordonnées cylindriques ne sont pas les mêmes qu'en coordonnées cartésiennes.

Et c'est principalement pour cette raison que nous devons traiter le problème en coordonnées cylindriques. Hart (1974) sera tout de même notre base de validation, car même si nos techniques de résolution diffèrent, nous partons des mêmes équations en coordonnées cartésiennes et de l'équivalent en coordonnées cylindriques. Comme nous pourrions reprendre les simulations selon les mêmes paramètres F et δ , il sera facile de vérifier nos résultats. Le modèle de Hart(1974) a cependant été appliqué avec succès à l'estuaire maritime du St-Laurent par Mertz et al. (1990). Ces derniers ont montré que, le long d'une côte rectiligne, la bathymétrie et l'introduction de contre-courants avaient une influence majeure sur les taux de croissance et les longueurs d'onde.

Instabilité centrifuge

Habituellement, les instabilités centrifuges sont étudiées en laboratoire à l'aide de cylindres concentriques où l'on forme des écoulements de Couette. Le problème, bien décrit dans le livre de Kundu (1990), a été résolu pour la première fois par Taylor en 1923. Le problème classique est traité en coordonnées cylindriques, il inclut habituellement la friction et est traité en deux dimensions: r et z , soit le rayon et la verticale. Cependant Rayleigh, en 1888, a découvert la source d'instabilité pour ce problème et déduit un critère nécessaire et suffisant pour qu'il y ait instabilité. Supposons que $U_\theta(r)$ est la vitesse selon θ à une distance radiale r . Si l'écoulement n'est pas visqueux, la distribution de $U_\theta(r)$ peut être n'importe quelle fonction, mais ces distributions ne seront pas toutes instables. Étudions donc la stabilité de ces écoulements non-visqueux. Imaginons deux anneaux de fluides de même masse ayant des distances radiales de r_1 et r_2 (où $r_1 < r_2$). Échangeons ces anneaux; puisque le fluide est non-visqueux, le théorème de Kelvin stipule que la circulation $\Gamma = 2\pi r U_\theta$ (qui est proportionnelle au moment angulaire : $U_\theta \cdot r$) doit demeurer constante durant l'échange. En fait, le théorème dit: *'Dans un écoulement non visqueux et barotrope (la densité n'est fonction que de la pression) soumis à un champ de forces conservatrices, la circulation sur une boucle fermée se déplaçant avec le fluide doit rester la même'*. Donc, après l'échange, le fluide en r_1 aura la

circulation qu'il avait précédemment à r_2 . De façon similaire, le fluide en r_2 aura la circulation qu'il avait à r_1 . Cette conservation de circulation entraîne donc que l'énergie cinétique E aura changé puisque

$$E = \frac{U_\theta^2}{2} = \frac{\Gamma^2}{8\pi^2 r^2} ,$$

nous avons alors

$$E_{final} = \frac{1}{8\pi^2} \left[\frac{\Gamma_2^2}{r_1^2} + \frac{\Gamma_1^2}{r_2^2} \right]$$

$$E_{initial} = \frac{1}{8\pi^2} \left[\frac{\Gamma_1^2}{r_1^2} + \frac{\Gamma_2^2}{r_2^2} \right]$$

Le changement d'énergie cinétique par unité de masse est donc de :

$$\Delta E = E_{final} - E_{initial} = \frac{1}{8\pi^2} (\Gamma_2^2 - \Gamma_1^2) \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right)$$

Étant donné que $r_1 < r_2$, une distribution de vitesse pour laquelle $\Gamma_2^2 > \Gamma_1^2$ implique que ΔE est positif. Donc, l'échange nécessite un apport d'énergie de l'extérieur et selon cette condition, un échange spontané entre les deux anneaux est impossible donc l'écoulement est stable. Si par contre la distribution de vitesse est telle que la circulation décroît de façon radiale, l'échange des anneaux donnera lieu à une libération d'énergie. Nous avons donc un système instable (Kundu 1990).

L'instabilité est donc causée par le fait qu'on ait un gradient décroissant de moment angulaire par rapport au rayon. Le critère de Rayleigh stipule: *“en l'absence de viscosité, la condition nécessaire et suffisante pour que la distribution de vitesse angulaire selon le rayon r soit stable est que:*

$$\frac{\partial}{\partial r} (r U_{\theta}(r)^2) > 0$$

partout dans l'intervalle. De plus, la distribution est instable si $(rU(r))^2$ devait décroître quelque part dans l'intervalle”. Autrement dit, une distribution du moment angulaire est stable si, et seulement si, elle augmente de façon monotone vers l'extérieur.

Jusqu'à présent dans la littérature, les jets côtiers n'ont jamais été traités de façon à étudier la possibilité d'instabilité centrifuge. Plus tard, lorsque nous regarderons les équations en coordonnées cylindriques, nous verrons qu'elles sont différentes des équations en coordonnées cartésiennes. En effet, il y a certains termes en plus qui viennent modifier les instabilités et possiblement en ajouter un nouveau type : les instabilités centrifuges. Du point de vue du critère d'instabilité sur la distribution de vitesse, nous observons qu'il est facile de rencontrer ce critère. Il suffit d'avoir une décroissance de la vitesse en s'éloignant de la côte, ce qui provoque une variation négative de la circulation.

Tous les travaux majeurs sur le courant de Gaspé seront traités dans le chapitre 4 : Tang (1980a), Tang (1980b), El-Sabh et Benoit (1984), Benoit et al. (1985), Mertz et al. (1988), Mertz et El-Sabh (1989), Mertz et al. (1990), Mertz et al. (1991).

Chapitre II

Modélisation physique et mathématique

Nous utilisons quatre modèles dans ce mémoire. Les modèles barotropes et le modèle barocline cartésien sont traités de façon concise. Pour sa part, le modèle barocline cylindrique est décrit en détail.

Modèle barotrope

Coordonnées cartésiennes

Nous débutons notre étude par la dérivation des équations de conservation du tourbillon potentiel. Nous les dérivons à partir des équations de St-Venant (shallow-water) et, comme elles sont déjà bien connues, nous le ferons de façon brève. La caractéristique fondamentale du

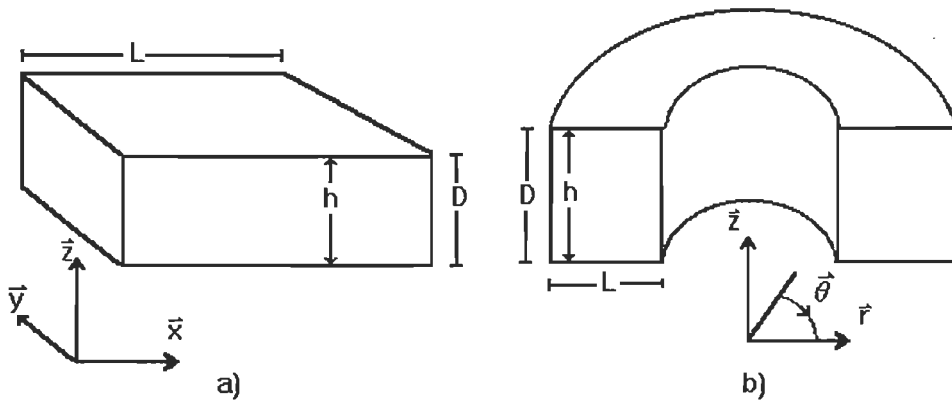


Figure 2.1 : Représentation des modèles cartésien et cylindrique.

modèle barotrope est que l'échelle de grandeur horizontale (L) est beaucoup plus grande que la verticale (D).

La seconde caractéristique importante vient du fait que la densité est constante sur toute la couche. Ceci a pour conséquence immédiate de réduire l'équation de conservation de la masse à une condition d'incompressibilité. Nous débuterons avec les équations de St-Venant:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial x} + fv \quad (2.1.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial y} - fu \quad (2.1.2)$$

$$\frac{dh}{dt} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.1.3)$$

où p est la pression, ρ est la densité, h est la hauteur de la couche, f le paramètre de Coriolis et g la gravité.

À partir du système ci-dessus, nous dérivons une équation importante, celle de la conservation du tourbillon potentiel vertical. Il s'agit de prendre la dérivée de (2.1.2) par rapport à x dont nous soustrayons la dérivée de (2.1.1) par rapport à y et complétons avec (2.1.3). Après toutes ces opérations nous obtenons l'équation recherchée:

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{\xi + f}{h} \right) = 0 \quad (2.2)$$

où $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$ et $\xi = \frac{\partial}{\partial x} v - \frac{\partial}{\partial y} u$ est la composante verticale du tourbillon.

Pour débiter notre étude des instabilités, nous allons introduire une perturbation dans les variables u , v et h des équations (2.1). Les vitesses seront définies comme un courant moyen auquel nous ajoutons une perturbation. Notre courant moyen ne sera que dans la direction de y et il ne sera fonction que de x . Par contre nos perturbations seront dépendantes de x , y et t . Soit

$$u(x, y, t) = 0 + \varepsilon u'(x, y, t)$$

$$v(x, y, t) = \bar{v} + \varepsilon v'(x, y, t)$$

$$h(x, y, t) = H + \eta(x, y, t)$$

où $\varepsilon \ll 1$, H est l'épaisseur de la couche sans mouvement et η la dénivellation de H dû au mouvement de u et v .

En appliquant l'approximation du toit rigide, c'est-à-dire que η et ses variations sont négligeables devant H , nous obtenons deux conséquences immédiates; la première:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\xi}{H} \right) + \varepsilon u' \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\xi + f}{H} \right) + \varepsilon v' \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\xi + f}{H} \right) + \bar{v} \left(\frac{\xi + f}{H} \right) = 0 \quad (2.3)$$

La seconde conséquence est que l'équation (2.1.3) pour l'ordre ε peut se réécrire comme:

$$\left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.4)$$

ce qui implique que nous pourrions introduire une fonction de courant, ψ , telle que

$$-\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} = u' \text{ et } \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} = v'$$

De l'expansion de ξ dans cette équation (2.3), en considérant la théorie linéaire et ψ , une fonction de courant obtenue de (2.4) et le tout effectué dans un plan f (i.e. f est une constante), nous avons:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{1}{H} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{1}{H} \right) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{H} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + f \right) \right] = 0 \quad (2.5)$$

Cependant, dans ce modèle barotrope, nous n'introduirons pas de topographie alors H est une constante. Sans oublier que nous sommes dans un plan f ce qui simplifie notre équation. Par la suite, nous introduisons une solution ondulatoire du type: $\psi(x, y, t) = \psi(x) e^{ik(y-ct)}$, où k est le nombre d'onde et c la vitesse la vitesse de phase. On obtient donc

$$(c - \bar{v}) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - k^2 \psi \right) + \psi \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} = 0 \quad (2.6)$$

Nous avons maintenant une seule équation avec une seule inconnue en fonction de \bar{v} , k et de c .

Coordonnées cylindriques

Nous allons reprendre la même démarche que pour le cas cartésien. Il est à noter que ces équations en coordonnées cylindriques contiennent des termes supplémentaires en U^2/R qui ne se retrouvent pas dans les équations en coordonnées cartésiennes. Voici donc les équations de St-Venant en coordonnées cylindriques:

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} + fu_\theta \quad (2.7.1)$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_\theta u_r}{r} = -\frac{1}{\rho_0 r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - fu_r \quad (2.7.2)$$

$$\frac{Dh}{Dt} = -h \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} u_\theta \right) \quad (2.7.3)$$

De ce nouveau système d'équations, nous obtenons l'équation du tourbillon potentiel. Cependant, il y a deux possibilités d'équilibre qui nous intéresseront pour l'état de base: d'abord l'équilibre géostrophique et ensuite l'équilibre "gradient". Le premier réside dans l'équilibre des termes à droite du signe d'égalité des équations (2.7.1) et (2.7.2), c'est-à-dire

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} + fu_\theta = 0 \quad \text{et} \quad -\frac{1}{\rho_0 r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - fu_r = 0 .$$

Le second réside dans l'équilibre entre la force de Coriolis et la somme des forces centrifuges et celle due au gradient de pression, c'est-à-dire

$$-\frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} + fu_\theta \quad \text{et} \quad -\frac{u_\theta u_r}{r} = -\frac{1}{\rho_0 r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - fu_r .$$

Puisque nous travaillons avec des jets côtiers, les vitesses avec lesquelles nous travaillerons dans ce mémoire seront de l'ordre du mètre par seconde. Alors, regardons le rayon de courbure nécessaire pour que la force centrifuge soit négligeable devant la force due au gradient de pression. En faisant un simple calcul, nous observons que si le rayon de courbure est beaucoup plus grand que dix kilomètres pour une vitesse de 1 m s^{-1} , nous avons un équilibre géostrophique. Et le rayon de courbure pour la côte de la Gaspésie où se produit le courant de Gaspé est d'environ 200 kilomètres. Nous travaillerons donc en équilibre géostrophique pour l'ordre zéro de nos équations du mouvement.

À partir des équations (2.7) nous obtenons l'équation de conservation du tourbillon potentiel:

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{\xi + f}{h} \right) = 0 \quad (2.8)$$

$$\text{où } \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \text{ et } \xi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} u_r$$

Nous allons maintenant introduire une perturbation sur les vitesses et effectuer un changement de variable sur h .

$$u_\theta(r, \theta, t) = \bar{u}_\theta(r) + \varepsilon u'_\theta(\theta, t)$$

$$u_r(\theta, t) = 0 + \varepsilon u'_r(\theta, t)$$

$$h(r, \theta, t) = H + \eta(r, \theta, t) \quad \text{où } \varepsilon \ll 1 .$$

En appliquant l'approximation du toit rigide, nous obtenons:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\xi}{H} \right) + \varepsilon u'_r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\xi + f}{H} \right) + \frac{\varepsilon u'_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\xi + f}{H} \right) + \frac{\bar{u}_\theta}{r} \left(\frac{\xi + f}{H} \right) = 0 \quad (2.9)$$

De l'expansion de ξ dans cette équation, en considérant la théorie linéaire et ψ , une fonction de courant telle que $\frac{1}{rH} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = u'_r$, et $-\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial r} = u'_\theta$, nous choisisons une solution du type: $\psi(r, \theta, t) = \psi(r) e^{ik(\theta - ct)}$ où c est la vitesse de phase et k/r le nombre d'onde; H et f sont des constantes. Nous obtenons finalement:

$$\left(c - \frac{\bar{u}_\theta}{r} \right) \left(-\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{k^2}{r^2} \psi \right) - \frac{\psi}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{u}_\theta}{r} \right) \right) = 0 \quad (2.10)$$

Cette équation est l'équivalente de (2.6) en coordonnées cylindriques.

Modèle barocline

Stratification continue

Jusqu'à présent, nous avons considéré la densité comme étant constante sur toute la couche de fluide, mais ce modèle ne nous permet pas d'étudier les phénomènes dits baroclines. Dans la nature, les changements de densité se produisent de façon continue. Nous devons donc construire un modèle qui tient compte des changements de densité verticale. Nous utiliserons un modèle à couches, ce type de modèle étant constitué d'une série de couches où la densité est constante dans chacune d'elles. Cependant, afin de simplifier notre modèle, nous avons décidé

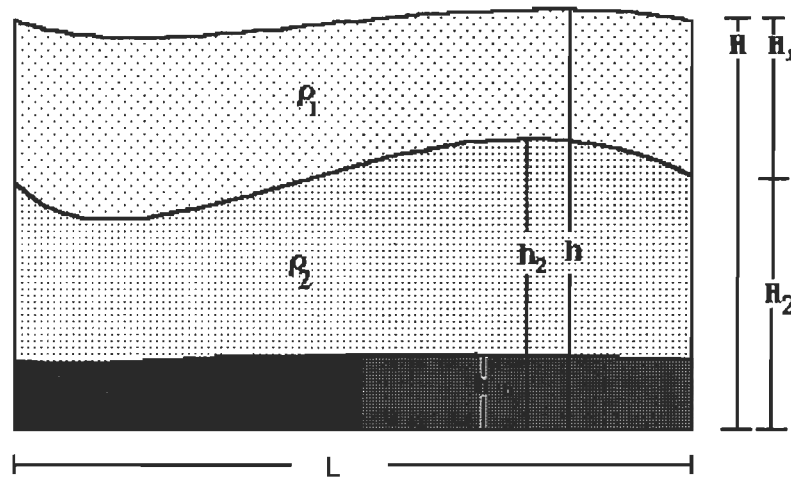


Figure 2.2 : Illustration du modèle à deux couches

de n'utiliser qu'un modèle à deux couches. Cette approximation se justifie par le fait que le système que nous allons étudier semble effectivement composer de deux couches de fluide de densités différentes.

Modèle à deux couches

Nous allons maintenant travailler avec les équations adimensionnelles de St-Venant pour construire le modèle à deux couches.

Coordonnées cartésiennes

Puisque la démarche est assez longue et qu'elle est déjà faite en coordonnées cartésiennes dans Pedlosky(1964a), nous allons simplement donner les équations des perturbations du cas cartésien. Cependant, tous les calculs sont faits dans la prochaine section et la technique de résolution du système d'équation est la même en coordonnées cylindriques.

Donc, pour la première couche, nous avons:

$$(\overline{u_1} - c) \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} - k^2 \psi_1 + F_1 (\psi_2 - \psi_1) \right) + \psi_1 \left(F_1 (\overline{u_1} - \overline{u_2}) - \frac{\partial^2 \overline{u_1}}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.11.1)$$

Et pour la seconde couche, nous avons:

$$(\overline{u_2} - c) \left(\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} - k^2 \psi_2 + F_2 (\psi_1 - \psi_2) \right) + \psi_2 \left(F_2 (\overline{u_2} - \overline{u_1}) - \frac{\partial^2 \overline{u_2}}{\partial y^2} + \frac{b}{H\varepsilon} \frac{\partial \eta_{fond}}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.11.2)$$

où $\overline{u_1}$ et $\overline{u_2}$ sont respectivement les courants moyens de la première et de la seconde couche, ψ_1 et ψ_2 sont les fonctions de courant de la première et de la seconde couche, F_1 et F_2 sont le nombre interne de Froude respectivement multipliés par H/H_1 et H/H_2 , η_{fond} la topographie, ε le nombre de Rossby (U/fL) et y la coordonnée perpendiculaire au mouvement.

Coordonnées cylindriques

Nous allons débiter par adimensionner le système d'équations. Soit les variables adimensionnelles suivantes:

$$\begin{aligned}
(r) &= L(r') \\
t &= \frac{L}{U} t' \\
(u_\theta, u_r) &= U(u_\theta', u_r') \\
w &= \varepsilon \frac{UH}{L} w' \\
h &= H \left(1 + \varepsilon \frac{f^2 L^2}{gH} \eta' \right) \\
h_2 &= H_2 \left(1 + \varepsilon \frac{f^2 L^2}{g' H_2} \eta_2' \right)
\end{aligned}$$

où L est la largeur du courant, U la vitesse maximale de la distribution, H_i les épaisseurs représentées sur la figure 2.2, η_i les déviations à l'épaisseur moyenne de chaque couche, ε le nombre de Rossby (U/fL) et $g' = g \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$

Les coefficients d'adimension ont été choisis pour faire en sorte que tous les termes soient $O(1)$, leur valeur relative n'étant ainsi déterminée que par leur coefficient. Les coefficients de h ont été choisis de façon à ce qu'il y ait équilibre géostrophique à l'ordre zéro pour le courant moyen.

Voici donc les équations que nous devons adimensionner pour chacune des couches.

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + w \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + f u_\theta \quad (2.12.1)$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + w \frac{\partial u_\theta}{\partial z} - \frac{u_\theta u_r}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - f u_r \quad (2.12.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (2.12.3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (w) = 0 \quad (2.12.4)$$

À partir d'ici, les indices indiqueront à quelle couche la variable est associée. Regardons tout d'abord la pression dans chacune des couches.

$$p_1 = -\rho_1 g(h - z) + p_0 \quad (2.13.1)$$

$$p_2 = g(\rho_2(h_2 - z) + \rho_1(h - h_2)) + p_0 \quad (2.13.2)$$

Donc, les équations du mouvement adimensionnées peuvent s'écrire ainsi:

$$\varepsilon \left(\frac{\partial u_{r1}}{\partial t} + u_{r1} \frac{\partial u_{r1}}{\partial r} + \frac{u_{\theta 1}}{r} \frac{\partial u_{r1}}{\partial \theta} + \varepsilon w_1 \frac{\partial u_{r1}}{\partial z} - \frac{u_{\theta 1}^2}{r} \right) = \frac{\partial \eta}{\partial r} + u_{\theta 1} \quad (2.14.1)$$

$$\varepsilon \left(\frac{\partial u_{\theta 1}}{\partial t} + u_{r1} \frac{\partial u_{\theta 1}}{\partial r} + \frac{u_{\theta 1}}{r} \frac{\partial u_{\theta 1}}{\partial \theta} + \varepsilon w_1 \frac{\partial u_{\theta 1}}{\partial z} - \frac{u_{\theta 1} u_{r1}}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} - u_{r1} \quad (2.14.2)$$

$$\varepsilon \left(\frac{\partial u_{r2}}{\partial t} + u_{r2} \frac{\partial u_{r2}}{\partial r} + \frac{u_{\theta 2}}{r} \frac{\partial u_{r2}}{\partial \theta} + \varepsilon w_2 \frac{\partial u_{r2}}{\partial z} - \frac{u_{\theta 2}^2}{r} \right) = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_2 \eta + \rho_1 (\eta - \eta_2)) + u_{\theta 2} \quad (2.14.3)$$

$$\varepsilon \left(\frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial t} + u_{r 2} \frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial r} + \frac{u_{\theta 2}}{r} \frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial \theta} + \varepsilon w_2 \frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial z} - \frac{u_{\theta 2} u_{r 2}}{r} \right) = -\frac{1}{\rho_2 r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho_2 \eta + \rho_1 (\eta - \eta_2)) - u_{r 2} \quad (2.14.4)$$

et nous avons aussi les équations de continuité:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_{r n}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_{\theta n}) + \frac{\partial}{\partial z} (w_n) = 0 \quad \text{où } n = 1, 2 \quad (2.15)$$

Nous avons un système de six équations non-linéaires. Nous allons le résoudre par une technique de perturbation. Introduisons une expansion en fonction de ε pour chacune des variables dépendantes.

$$u_{\theta}(r, \theta, t) = u_{\theta}^{(0)}(r, \theta, t) + \varepsilon u_{\theta}^{(1)}(r, \theta, t) + \dots, \quad u_r(r, \theta, t) = u_r^{(0)}(r, \theta, t) + \varepsilon u_r^{(1)}(r, \theta, t) + \dots,$$

$$w(r, \theta, t) = w^{(0)}(r, \theta, t) + \varepsilon w^{(1)}(r, \theta, t) + \dots \quad \text{et} \quad \eta(r, \theta, t) = \eta^{(0)}(r, \theta, t) + \varepsilon \eta^{(1)}(r, \theta, t) + \dots$$

Remplaçons ces séries dans les équations 2.14 et regardons ce qui se passe à l'ordre zéro.

$$\frac{\partial \eta^{(0)}}{\partial r} + u_{\theta 1}^{(0)} = 0 \quad (2.16.1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \eta^{(0)}}{\partial \theta} - u_{r 1}^{(0)} = 0 \quad (2.16.2)$$

$$\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_2 \eta^{(0)} + \rho_1 (\eta^{(0)} - \eta_2^{(0)})) + u_{\theta 2}^{(0)} = 0 \quad (2.16.3)$$

$$-\frac{1}{\rho_2 r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_2 \eta^{(0)} + \rho_1 (\eta^{(0)} - \eta_2^{(0)}) \right) - u_{r_2}^{(0)} = 0 \quad (2.16.4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_{r_n}^{(0)}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_{\theta_n}^{(0)}) = 0 \quad \text{où } n=1,2 \quad (2.16.5)$$

Regardons maintenant ce qui se passe au premier ordre en ϵ :

$$\frac{\partial u_{r_1}^{(0)}}{\partial t} + u_{r_1}^{(0)} \frac{\partial u_{r_1}^{(0)}}{\partial r} + \frac{u_{\theta_1}^{(0)}}{r} \frac{\partial u_{r_1}^{(0)}}{\partial \theta} - \frac{u_{\theta_1}^{(0)2}}{r} = \frac{\partial \eta^{(1)}}{\partial r} + u_{\theta_1}^{(1)} \quad (2.17.1)$$

$$\frac{\partial u_{\theta_1}^{(0)}}{\partial t} + u_{r_1}^{(0)} \frac{\partial u_{\theta_1}^{(0)}}{\partial r} + \frac{u_{\theta_1}^{(0)}}{r} \frac{\partial u_{\theta_1}^{(0)}}{\partial \theta} - \frac{u_{\theta_1}^{(0)} u_{r_1}^{(0)}}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \eta^{(1)}}{\partial \theta} - u_{r_1}^{(1)} \quad (2.17.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{r_2}^{(0)}}{\partial t} + u_{r_2}^{(0)} \frac{\partial u_{r_2}^{(0)}}{\partial r} + \frac{u_{\theta_2}^{(0)}}{r} \frac{\partial u_{r_2}^{(0)}}{\partial \theta} - \frac{u_{\theta_2}^{(0)2}}{r} = \\ \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho_2 \eta^{(1)} + \rho_1 (\eta^{(1)} - \eta_2^{(1)}) \right) + u_{\theta_2}^{(1)} \end{aligned} \quad (2.17.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{\theta_2}^{(0)}}{\partial t} + u_{r_2}^{(0)} \frac{\partial u_{\theta_2}^{(0)}}{\partial r} + \frac{u_{\theta_2}^{(0)}}{r} \frac{\partial u_{\theta_2}^{(0)}}{\partial \theta} - \frac{u_{\theta_2}^{(0)} u_{r_2}^{(0)}}{r} = \\ -\frac{1}{\rho_2 r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_2 \eta^{(1)} + \rho_1 (\eta^{(1)} - \eta_2^{(1)}) \right) - u_{r_2}^{(1)} \end{aligned} \quad (2.17.4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_{r_n}^{(1)}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_{\theta_n}^{(1)}) + \frac{\partial}{\partial z} (w_n^{(0)}) = 0 \quad \text{où } n = 1,2 \quad (2.17.5)$$

Puisque $u_r^{(0)}, u_\theta^{(0)}, h^{(1)}$ sont indépendants de z , on peut prendre $u_r^{(1)}, u_\theta^{(1)}$ indépendants de z aussi.

$$\frac{H_1}{H} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{r1}^{(1)}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_{\theta 1}^{(1)}) \right) = \frac{f^2 L^2}{g' H} \frac{D_h \eta_2}{Dt} - \frac{f^2 L^2}{g H} \frac{D_h \eta}{Dt} \quad (2.18.1)$$

$$\frac{H_2 - h_f}{H} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{r1}^{(1)}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_{\theta 1}^{(1)}) \right) = \frac{f^2 L^2}{g' H} \frac{D_h \eta_2}{Dt} - \frac{b}{H_2 \varepsilon} \frac{D_h \eta_b}{Dt} \quad (2.18.2)$$

Maintenant, nous construisons une équation de conservation de tourbillon pour chacune des couches, d'après la composante verticale du tourbillon de l'équation (2.8). Nous obtenons, à l'aide de l'équation de continuité, une équation qui ne contient que des termes de l'ordre zéro. À partir de maintenant, puisque nous ne conservons que les termes d'ordre zéro, nous laisserons tomber les exposants indiquant l'ordre des termes.

Pour la première couche, nous avons:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \times \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} \right] + F_1 [\psi_2 - \psi_1] \right) = 0 \quad (2.19.1)$$

pour la seconde couche:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta}\right) \times$$

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \psi_2}{\partial r}\right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta}\right] + F_2[\psi_1 - \psi_2] + \frac{b}{H \varepsilon} \eta\right) = 0 \quad (2.19.2)$$

Si nous y introduisons une solution du type $\psi(r, \theta, t) = \Psi(r) + \psi(r) e^{ik(\theta - ct)}$ qui est un état moyen auquel nous ajoutons une perturbation, nous obtenons pour la première couche:

$$(u_{\theta 1} - rc) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} - \frac{k^2}{r^2} \psi_1 + F_1(\psi_2 - \psi_1) \right) +$$

$$\psi_1 \left(\frac{u_{\theta 1}}{r^2} - \frac{\partial^2 u_{\theta 1}}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta 1}}{\partial r} + F_1(u_{\theta 1} - u_{\theta 2}) \right) = 0 \quad (2.20.1)$$

Et pour la seconde:

$$(u_{\theta 2} - rc) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial r^2} - \frac{k^2}{r^2} \psi_2 + F_1(\psi_1 - \psi_2) \right) +$$

$$\psi_2 \left(\frac{u_{\theta 2}}{r^2} - \frac{\partial^2 u_{\theta 2}}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial r} + F_{21}(u_{\theta 2} - u_{\theta 1}) + \frac{b}{\varepsilon H} \frac{\partial \eta_b}{\partial r} \right) = 0 \quad (2.20.2)$$

Discretisation et résolution.

Nous avons donc les équations (2.6), (2.10), (2.11.1), (2.11.2) et (2.20.1), (2.20.2) à résoudre. Nous ne résoudrons pas ces équations de façon analytique. Nous utiliserons une méthode numérique. En effet, nous allons commencer par discrétiser les équations, par la suite

nous ramènerons ces équations discrétisées sous une forme matricielle où nous pourrions trouver les différentes valeurs propres c pour des k fixés. Nous n'aurons par la suite qu'à multiplier la partie imaginaire des c par les k correspondants pour obtenir les taux de croissance des instabilités qui pourraient se produire dans un tel système.

Nous discrétisons nos équations selon ces deux schèmes, pour la dérivée simple et pour la dérivée seconde:

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial r} = \frac{\psi_{i+1} - \psi_{i-1}}{2\Delta r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial r^2} = \frac{\psi_{i+1} - 2\psi_i + \psi_{i-1}}{\Delta r^2}$$

Et nous avons alors une équation en ψ_{i+1} , ψ_i et ψ_{i-1} . De cette équation, en faisant varier l'indice i qui représente les points de grille qui subdivisent le domaine de r qui nous intéresse, nous obtenons un système d'équations que nous pouvons résoudre. En effet, si nous subdivisons le domaine en n espaces, nous aurons alors $n+1$ points de grille. Aux frontières, c'est-à-dire au point $n=0$ et au point $n=n$, nous appliquons les conditions de glissement pour les vitesses parallèles aux parois, tandis que les vitesses perpendiculaires aux parois sont nulles. Donc ψ_0 et ψ_n sont toujours nulles. Nous obtenons alors un système de $n-1$ équations à $n-1$ inconnues.

Il nous reste alors à diviser nos équations en deux matrices, selon la technique utilisée par Mertz et al. (1990). La matrice [A] contient tous les termes qui ne sont pas multipliés par c et [B] tous ceux qui sont multipliés par c . Le système est résolu de la façon suivante:

$$\det \left\{ [[A] - c[B]] \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \right\} = 0$$

$$\det \{ [A] - c[B] \} = 0$$

$$\det \{ [A \times B^{-1}] - c[I] \} = 0$$

$$\det \{ [D] - c[I] \} = 0$$

Il ne reste plus qu'à trouver les valeurs propres c associées au vecteur propre de la matrice $[D]$ qui sont fonction de k . Ce qui nous intéresse, c'est le taux de croissance maximal de l'instabilité et la longueur d'onde qui y est rattachée. Nous observons donc la valeur que prend c pour différents nombres d'onde k . La partie imaginaire de kc est le taux de croissance associé à ce nombre d'onde k .

Exemple de matrice

Prenons la matrice pour un système cartésien dans un modèle à deux couches. Nous avons 5 points de grille. Comme nous connaissons les fonctions de courant aux frontières ($\psi \equiv 0$), il reste une matrice de dimensions 6×6 à résoudre. Puisque les couches sont couplées, nous retrouvons des fonctions de courant ψ_1 (ψ_2) associées à la première (seconde) couche dans la seconde (première) équation. Dans les trois premières (dernières) colonnes, nous avons les coefficients associés aux ψ_1 (ψ_2). Dans les trois premières (dernières) rangées, nous retrouvons les coefficients associés à l'équation de la première (seconde) couche. La matrice A contient les coefficients qui ne sont pas multipliés par la vitesse de phase c et dans la matrice B ceux qui sont multipliés par c . Il y aura un maximum de $2(n-1)$, c'est-à-dire 6 valeurs propres pour ce système.

Exemple de matrice A

$u(1)*(2+(dx*dx)*(k*k))-(dx*dx(du2(1)))$	$u(1)$	0	0	0	0
$u(1)$	$-u(2)*(2+(dx*dx)*(k*k))-(dx*dx(du2(2)))$	$u(3)$	0	$u(2)*f*(dx*dx)$	0
0	$u(3)$	$u(3)*(2+(dx*dx)*(k*k))-(dx*dx(du2(3)))$	0	0	0
0	0	0	$(dx*dx)(hb(1)-(f*(hi/h2)*u(1)))$	0	0
0	0	0	0	$(dx*dx)(hb(2)-(f*(h1/h2)*u(2)))$	0
0	0	0	0	0	$(dx*dx)(hb(3)-(f*(hi/h2)*u(3)))$

Exemple de matrice B

$-(2+(dx*dx)*(k*k))+f*(dx*dx)$	1	0	$f*(dx*dx)$	0	0
1	$-(2+(dx*dx)*(k*k))+f*(dx*dx)$	1	0	$f*(dx*dx)$	0
	1	$-(2+(dx*dx)*(k*k))+f*(dx*dx)$	0	0	$f*(dx*dx)$
$f*(h1/h2)*(dx*dx)$	0	0	$-(2+(dx*dx)*(k*k))+f*(h1/h2)*(dx*dx)$	1	0
0	$f*(h1/h2)*(dx*dx)$	0	1	$-(2+(dx*dx)*(k*k))+f*(hi/h2)*(dx*dx)$	1
0	0	$f*(h1/h2)*(dx*dx)$	0	1	$-(2+(dx*dx)*(k*k))+f*(hi/h2)*(dx*dx)$

Chapitre III

Validation

Un des objectifs de ce chapitre sera de valider les modèles que nous avons construits. Pour ce faire, nous allons nous référer à la littérature existante en reprenant certaines expériences. Nous allons premièrement, pour le cas cartésien, valider le modèle à deux couches à l'aide des résultats de Hart(1974). Ensuite, nous devons valider le modèle en coordonnées cylindriques. Nous verrons qu'un système de coordonnées curvilignes, à la limite où r tend vers l'infini, tend vers un système de coordonnées rectilignes. Nous utiliserons ce fait pour valider et comparer les résultats entre les coordonnées cylindriques et les coordonnées cartésiennes. Une fois ces modèles validés, nous vérifierons que le modèle à deux couches peut simuler un cas barotrope en simulant un cas pseudo-barotrope. Ces résultats seront vérifiés à l'aide d'un modèle à une couche. Ces simulations pseudo-barotropes seront intéressantes pour isoler les instabilités centrifuges. Le second objectif de ce chapitre est de faire une étude comparative pour deux types de jets côtiers en coordonnées cartésiennes et en coordonnées cylindriques.

Hart (1974) utilise un modèle quasi-géostrophique à deux couches basé sur les équations de Pedlosky (1964a), c'est-à-dire les équations du tourbillon potentiel. Il affirme utiliser des profils de courants typiques des tourbillons atmosphériques et océaniques. Dans ce modèle à deux couches sans topographie ayant une différence de densité $\Delta\rho$ entre les deux couches dans un plan f , la stabilité est déterminée en fonction du nombre de Froude interne (eq. 3.1) et δ , le rapport de l'épaisseur de la couche de surface sur celle du fond. Le nombre de Froude interne détermine l'influence de la rotation du système et δ l'influence de la stratification. Le nombre de Froude est le rapport entre l'échelle typique du mouvement, L , et le rayon interne de Rossby:

$$F = \frac{\rho f^2 L^2}{g \Delta \rho H_1} = \frac{L^2}{r_i^2} \quad (3.1)$$

où H_1 est l'épaisseur de la couche de surface sans mouvement et r_i est le rayon de Rossby interne. Tandis que:

$$\delta = \frac{H_{surface}}{H_{fond}} = \frac{H_1}{H_2}$$

d'après la figure 2.2.

Sur la figure 3.1, nous présentons la distribution de vitesse utilisée par Hart(1974) dont la fonction de vitesse est présentée à l'équation (3.2). Les indices 1 et 2 représentent la couche de surface et la couche du fond, respectivement.

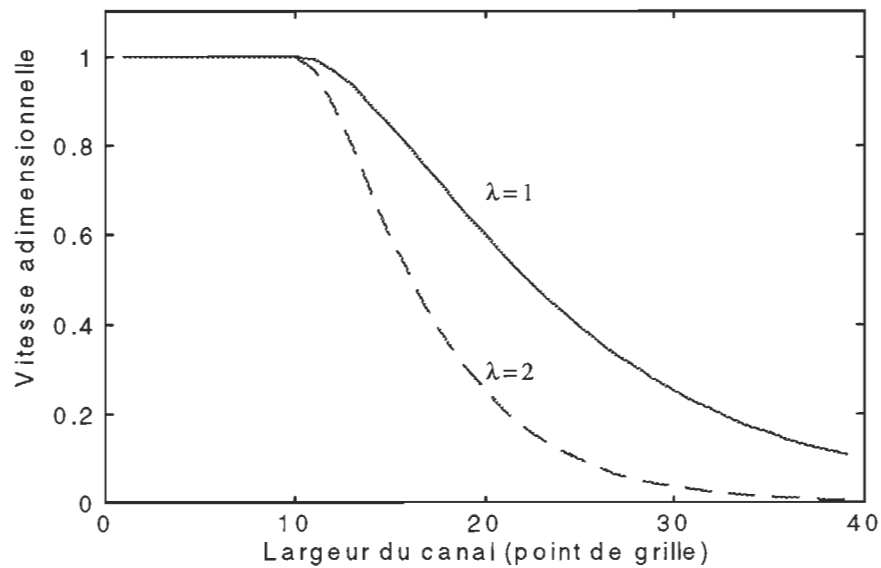


Figure 3.1 : Distribution de vitesse selon Hart (1974).

$$\begin{aligned}
\overline{v}_1 &= 1, & 0 < x \leq 1 \\
\overline{v}_1 &= 2e^{-\lambda(x-1)} - e^{-2\lambda(x-1)}, & 1 < x \leq 4 \\
\overline{v}_2 &= 0, & 0 < x < 4
\end{aligned}
\tag{3.2}$$

Comparons les résultats publiés dans Hart(1974) aux résultats obtenus par notre modèle. La figure 3.2, tirée de Hart(1974), présente la variation des taux de croissance pour les instabilités se produisant dans un canal d'une largeur de 4, en fonction du nombre d'onde, et pour les valeurs de F indiquées sur les lignes pleines.

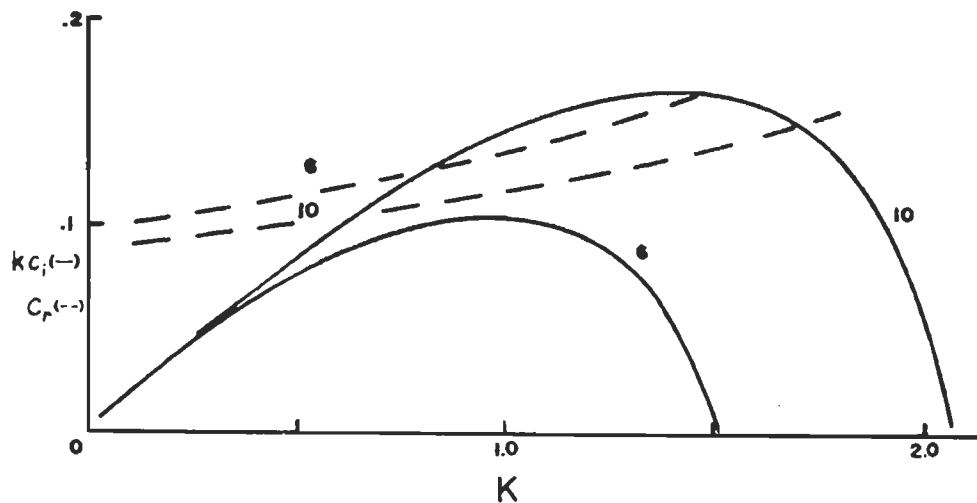


Figure 3.2 : Taux de croissance adimensionnel (lignes pleines) en fonction du nombre d'onde k pour $\lambda=2$ et $\delta=0.08$ d'après Hart (1974).

Nous avons effectué cette simulation à l'aide de notre modèle à deux couches en utilisant les mêmes paramètres, c'est-à-dire: la distribution de vitesse, la largeur du courant, F , δ et les nombres d'onde. Nous présentons nos résultats à la figure 3.3.

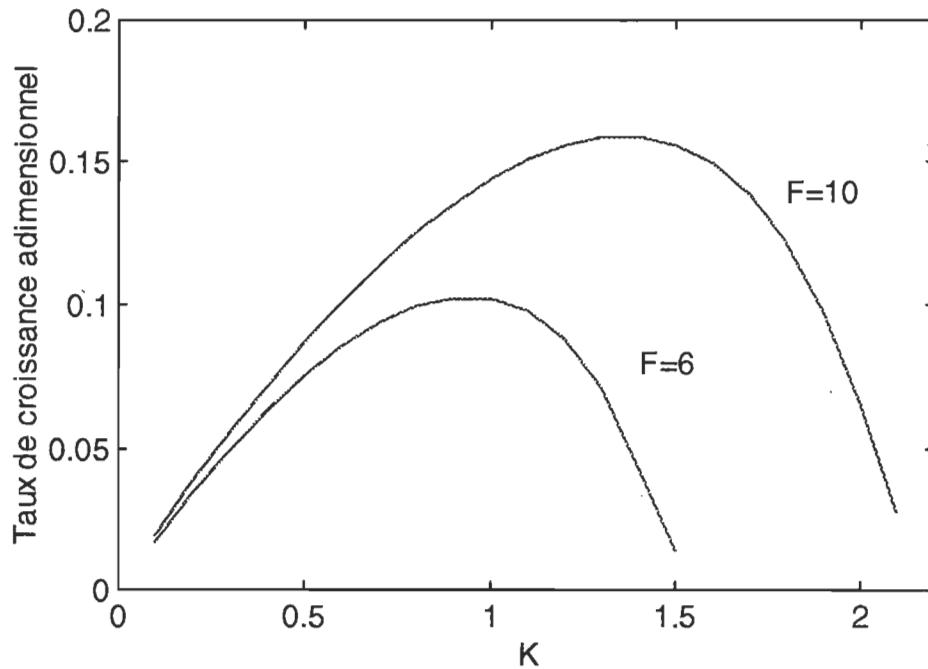


Figure 3.3: Taux de croissance adimensionnel en fonction du nombre d'onde k pour $\lambda=2$ et $\delta=0.08$ d'après notre modèle cartésien à deux couches.

Nous constatons que notre modèle reproduit correctement les résultats de Hart(1974). Comparons tout de même nos résultats avec deux autres figures que l'on retrouve dans Hart(1974)(les figures 3.4 et 3.6). Ces figures représentent les taux de croissance maximaux en fonction de F et de δ . Il s'agit de la compilation d'une série de simulations comme celle de la figure 3.2 où seulement la valeur maximale des taux de croissance a été conservée. Cette représentation nous permet de présenter la variation du taux de croissance maximal en fonction de tous les paramètres qui composent F et δ dans un graphique à deux dimensions. Cependant, nous perdons l'information de la longueur d'onde associée au taux de croissance maximal.

La figure 3.4 présente la variation des taux de croissance maximaux des instabilités se produisant dans un canal de largeur 4 avec la distribution de vitesse (3.2) où $\lambda=1$.

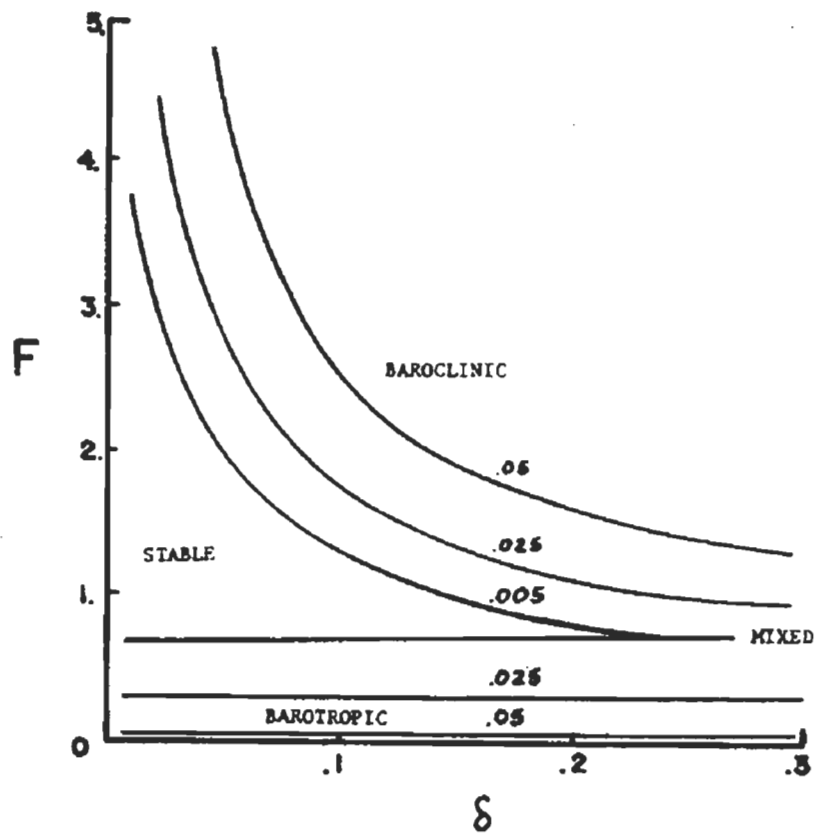


Figure 3.4 : Contours des taux de croissance adimensionnels d'après Hart(1974) pour $\lambda = 1$.

Si nous comparons la figure 3.4 et la figure 3.5 produite par notre modèle à l'aide des mêmes paramètres, nous observons que les résultats sont encore fidèlement reproduits.

Nous identifions quatre régions sur ce type de graphique (figs 3.4 et 3.5): barotrope, barocline, mixte et stable. Ces régions sont dépendantes de F et de δ . Quand F est petit, cela implique que le rayon interne de Rossby est grand devant L , donc que la pente de l'interface entre les deux couches devient négligeable. Nous sommes donc à ce moment dans une zone où ce sont les instabilités barotropes qui dominent. Quand δ est petit, nous nous rapprochons du cas de gravité réduite où les effets baroclines sont réduits. À l'aide de ces deux énoncés, nous pouvons expliquer la distribution des instabilités. En effet, si F et δ sont petits, nous sommes dans la région barotrope; si F augmente, il y a deux possibilités: pour de petits δ , nous serons dans une zone stable, mais si δ est assez grand, les phénomènes baroclines pourront aussi prendre de l'importance et nous serons dans une zone mixte. Et pour finir, si F augmente encore nous serons dans une zone barocline où l'amplitude des taux de croissance est conditionnée par le rapport des valeurs de F et δ .

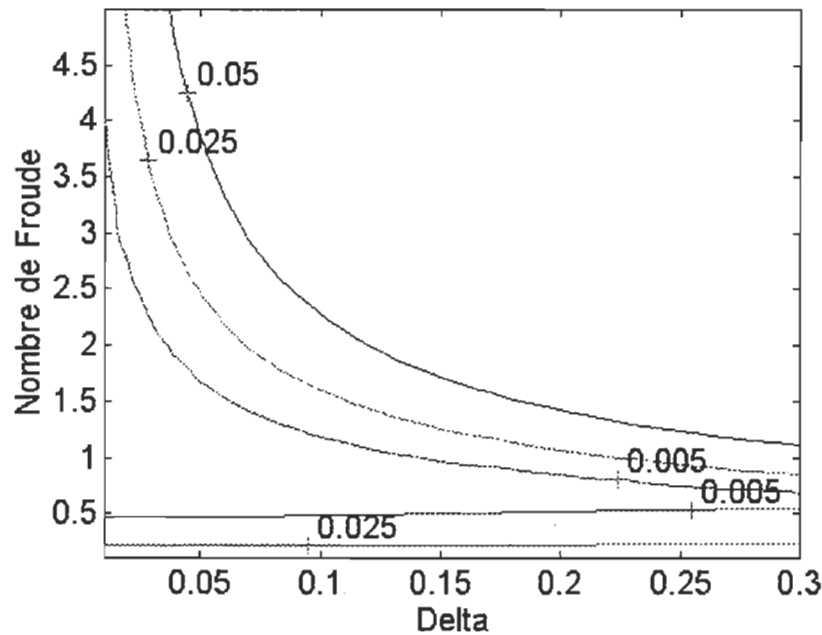


Figure 3.5 : Contours des taux de croissance adimensionnels d'après notre modèle barocline cartésien pour $\lambda = 1$.

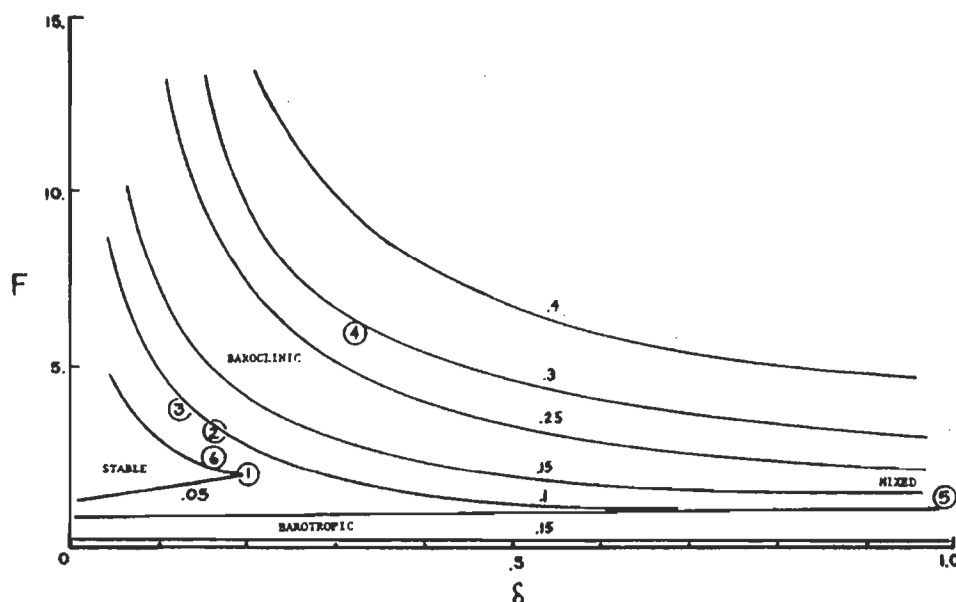


Figure 3.6: Contours de taux de croissance adimensionnels d'après Hart(1974) pour $\lambda=2$.

Les figures 3.6 et 3.7 présentent respectivement les contours du taux de croissance adimensionnel pour $\lambda=2$ d'après Hart(1974) et d'après notre modèle cartésien à deux couches. Il faut cependant remarquer que le domaine de F , dans la figure 3.7, ne représente que le tiers du domaine de la figure 3.6. Cette économie de temps de calcul est justifiée par le fait que les phénomènes intéressants se passent dans ce premier tiers du domaine, où la transition d'instabilité barotrope à instabilité barocline ainsi que la zone stable se situent.

Nous avons augmenté la résolution de la grille de points pour en vérifier les effets. Après avoir doublé et quadruplé le nombre de points, la courbe des taux de croissance en fonction de k tend vers une distribution qui ne varie que de 10% pour les valeurs de k et que de 5% pour le taux de croissance. Cependant, le fait de quadrupler le nombre de points entraîne un temps de calcul au moins 16 fois plus long. Nous établirons que cette définition de la grille (41 points) sera un excellent compromis entre le temps de calcul et la précision.

Maintenant que nous pouvons nous fier au modèle à deux couches en coordonnées cartésiennes, vérifions le modèle barotrope en simulant un cas pseudo-barotrope où F est très petit ($F = 0.01$). Après avoir simulé deux cas identiques avec les modèles barotrope et pseudo-barotrope, comparons les résultats présentés à la figure 3.8.

Nous observons que les résultats sont presque identiques. Donc, pour les prochaines expérimentations, nous utiliserons le modèle à deux couches avec un F très petit pour simuler un écoulement barotrope.

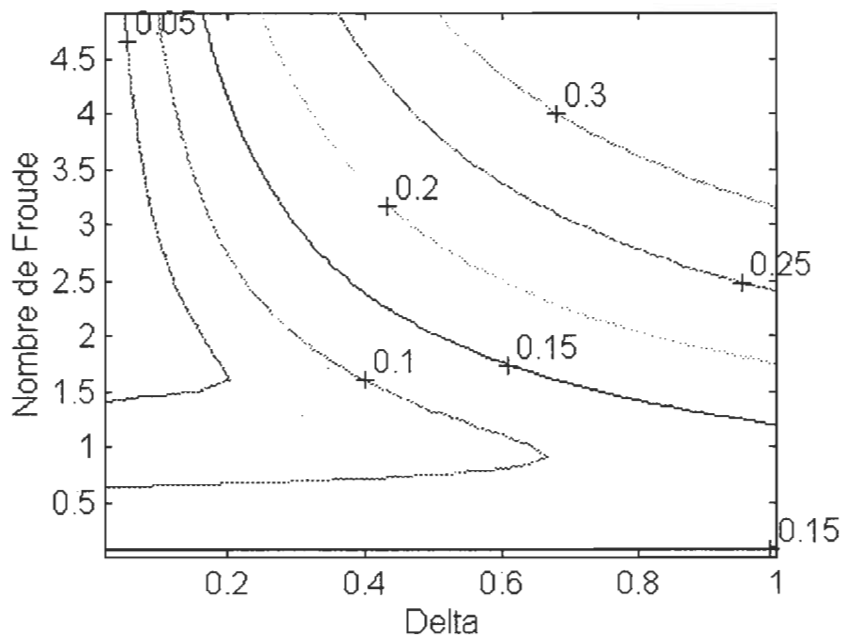


Figure 3.7 : Contours des taux de croissance adimensionnels d'après notre modèle barocline cartésien pour $\lambda = 2$.

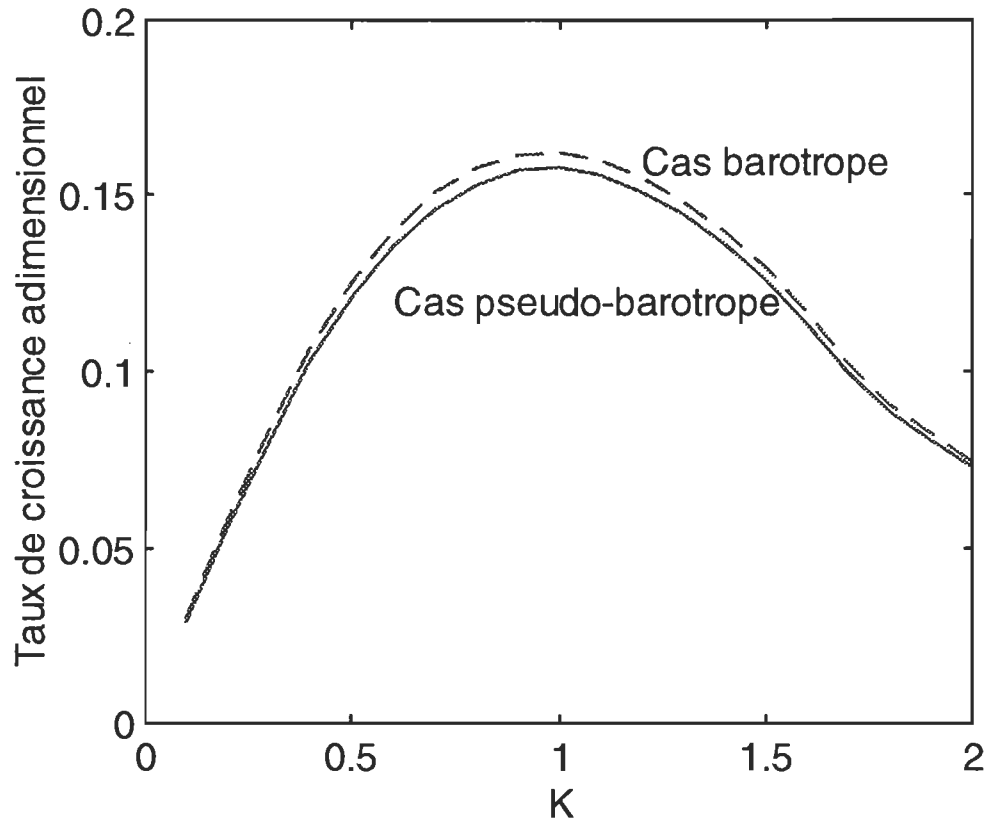


Figure 3.8 : Comparaison entre les cas barotrope et pseudo-barotrope. Distribution de vitesse selon Hart(1974) avec $\lambda=2$, $F=0.01$, $\delta=0.08$.

Il ne reste plus qu'à valider le modèle à deux couches en coordonnées cylindriques. Nous savons que notre modèle cartésien est valide, nous n'avons donc qu'à prendre notre modèle en coordonnées cylindriques et à en augmenter le rayon. Si les résultats tendent vers les résultats cartésiens, ceci validera notre modèle cylindrique puisque, lorsque le rayon tend vers l'infini, les systèmes en coordonnées curvilignes tendent vers un système aux coordonnées rectilignes.

Pour ce faire, nous allons reprendre l'expérimentation de la figure 3.3 pour $F=10$, et superposer les résultats des rayons de courbure de: 2, 5, 10, 100 et les résultats cartésiens, pour bien en voir l'évolution. Nous conservons toujours une largeur de canal égale à 4.

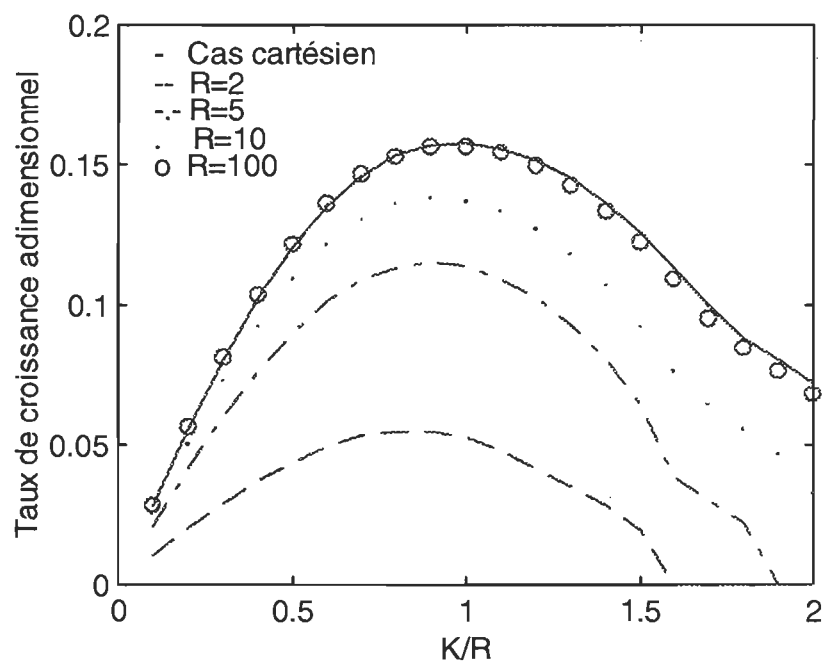


Figure 3.9 : Variation du taux de croissance en fonction du rayon de courbure, pour $F=10$, $\lambda=2$ (pour le cas cartésien la légende de l'axe des abscisses doit se lire K).

De la figure 3.9, nous observons que le modèle en coordonnées cylindriques est valide lui aussi puisqu'une augmentation du rayon de courbure initial du canal fait tendre les résultats vers ceux du système en coordonnées cartésiennes. Ceci conclut la validation de nos modèles. Nous pouvons donc poursuivre avec l'étude de cas.

Étude d'instabilité en coordonnées cylindriques

Avant de passer à une étude du courant de Gaspé, il est essentiel d'étudier l'impact des coordonnées cylindriques sur les instabilités des jets côtiers. Pour ce faire, nous allons utiliser la distribution de vitesse de Hart(1974) (eq. 3.2) même si elle n'est pas très réaliste pour les jets côtiers. Nous pourrions ainsi voir la différence entre le système de coordonnées cylindriques et les résultats de Hart(1974) décrits précédemment.

Les deux prochaines figures servent donc à démontrer l'importance de l'effet de la courbure. Dans les deux cas, le nombre de Froude varie de 0.1 à 5 tandis que δ varie de 0.01 à 0.5. Dans le cas cartésien (figure 3.10), nous avons une largeur de canal de 4, pour comparer avec Hart(1974). Pour le cas cylindrique (figure 3.11), le canal est de la même largeur sauf que le rayon de courbure est de 10, c'est-à-dire, par exemple, si le canal a une largeur 40 km, le rayon de courbure sera de 100 km. Un tel rayon répond bien à l'équilibre géostrophique et les effets de la courbure sont encore présents (figure 3.9). Nous utiliserons donc $r=10$ comme rayon de courbure typique. Les taux de croissance des instabilités sont exprimés en termes du taux le plus rapide; cela est dû au fait que nous considérons que c'est celui qui a le plus de chance de se produire avant que le système ne change une fois de plus. Regardons ces résultats.

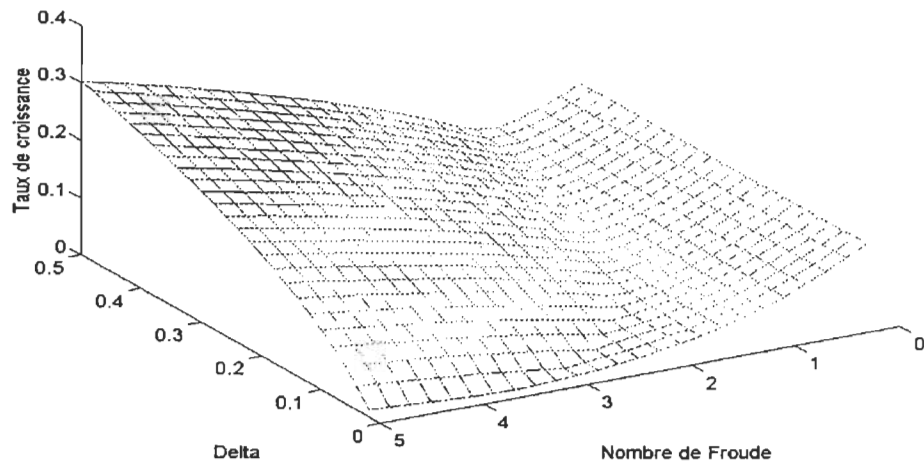


Figure 3.10 : Taux de croissance adimensionnel en fonction de F et δ pour le cas cartésien barocline avec la distribution de vitesse selon Hart avec $\lambda=2$.

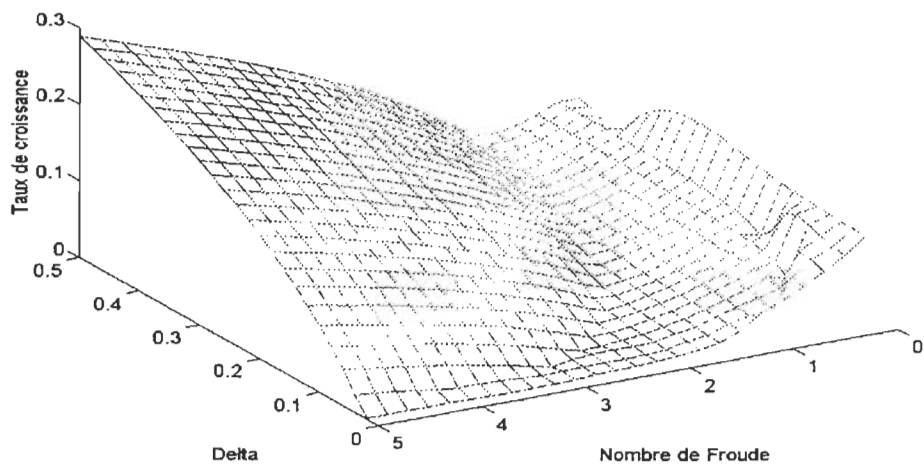


Figure 3.11 : Taux de croissance adimensionnel en fonction de F et δ pour le cas cylindrique barocline avec la distribution de vitesse selon Hart avec $\lambda=2$.

Nous observons donc qu'il y a une différence notable entre les cas cartésien et cylindrique pour des largeurs et des distributions de vitesse identiques. En effet, si nous regardons les taux de croissance maximaux pour des δ très petits (entre 0 et 0.1), nous observons que les maximums des instabilités barotropes varient légèrement. Pour bien voir où se situent les instabilités barotropes et baroclines, il suffit de regarder les figures 3.4 et 3.6. Le comportement des taux de croissance maximaux est vraiment différent pour des F de l'ordre de 1 et moins (comme dans le courant de Gaspé)

Nous allons immédiatement discuter du tourbillon vertical qui pourrait expliquer la variation dans la distribution des taux de croissance maximaux pour les instabilités barotropes. Regardons une même distribution de vitesse qui passe d'un repère en coordonnées cartésiennes à un repère en coordonnées cylindriques; son tourbillon vertical s'en trouvera modifié. Prenons l'exemple de la distribution de Hart avec λ égal à 2.

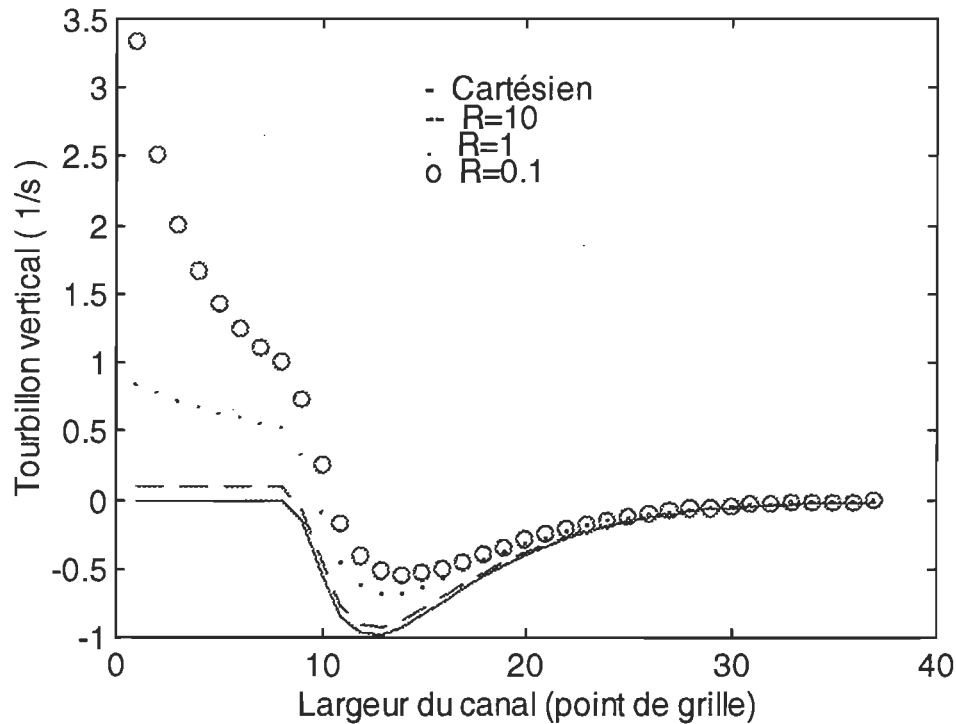


Figure 3.12 : Comparaison du cisaillement latéral de la distribution de vitesse Hart (1974) avec $\lambda=2$ en fonction de la position latérale, pour différents rayons de courbure.

Si nous regardons le tourbillon vertical dans la figure 3.12, nous observons qu'il varie de façon considérable en fonction du rayon de courbure. Mais plus le rayon de courbure initial augmente, plus nous nous dirigeons vers la valeur obtenue en coordonnées cartésiennes. Pour un rayon de courbure de 10, nous n'observons qu'un léger écart. Et puisque les instabilités barotropes sont dues au cisaillement latéral du courant moyen, nous pouvons en déduire que ce léger écart impliquera donc un écart dans la distribution des taux de croissances maximaux. Ce fait prend toute son importance lorsque nous traitons des distributions de vitesses qui ont été prises *in situ*. En effet, si nous prenons la distribution sur une radiale et que nous en faisons l'étude dans un repère cartésien, nous venons alors de sous-évaluer la cause des instabilités barotropes: le cisaillement horizontal. Cependant, pour un rayon de courbure comme celui du courant de Gaspé, le cisaillement ne sera pas beaucoup affecté.

Dans notre modèle, nous utilisons un équilibre géostrophique; ce qui implique que la force centrifuge doit être petite en comparaison de la force due au gradient de pression et de la force de Coriolis. Comme nous savons qu'un système en coordonnées cylindriques, auquel nous augmentons le rayon, tend vers un système en coordonnées cartésiennes, il doit exister un rayon pour lequel les forces centrifuges sont présentes mais ne dominent pas le système à l'ordre zéro. Ces distances sont assez faciles à calculer. Lorsque nous sommes en équilibre géostrophique, le gradient de pression doit être du même ordre que la force de Coriolis. Ces distances sont donc calculées pour que la force centrifuge soit négligeable devant la force de Coriolis. Si nous comparons ces forces pour un f de 10^{-4} (aux latitudes moyennes), nous devons avoir un rayon initial qui est beaucoup plus grand que 10 km pour un écoulement ayant une vitesse d'un mètre par seconde. Mais si nous réduisons la vitesse à trente centimètres par seconde, ce rayon initial devra alors être beaucoup plus grand que 3 km. Nous pouvons imaginer d'autres cas, près de l'équateur, où les effets de Coriolis sont moins importants. Donc à moins que le rayon de courbure ne soit augmenté, l'équilibre gradient serait plus adéquat pour un cas près de l'équateur.

Donnons quelques exemples de calcul. L'équilibre géostrophique implique que U^2 / r doit être beaucoup plus petit que Uf ; le rayon de courbure devra donc répondre à la condition: r doit être beaucoup plus grand que U / f . Si notre vitesse maximale est $U=1 \text{ m s}^{-1}$, ceci implique que r doit être beaucoup plus grand que 10 km. Si $U=0.3 \text{ m s}^{-1}$, alors le r doit être beaucoup plus grand que 3 km. Cependant, si nous changeons de latitude et allons à 10° N , nous aurons: $f(48^\circ) / f(10^\circ) = 4.3$, donc pour $U=1 \text{ m s}^{-1}$ le rayon de courbure r devra être beaucoup plus grand que 43 km et si $U=0.3 \text{ m s}^{-1}$, r devra être beaucoup grand que 13 km.

Cas pseudo-barotrope

Comme nous sommes dans le cas barotrope, il est plus simple d'étudier les instabilités centrifuges car moins de paramètres agissent sur l'écoulement. A vrai dire, une fois que la

distribution de vitesse est fixée, il ne reste plus que le rayon de courbure qui puisse influencer les instabilités.

Voici donc les types de distribution de vitesse que nous utiliserons pour le cas barotrope.

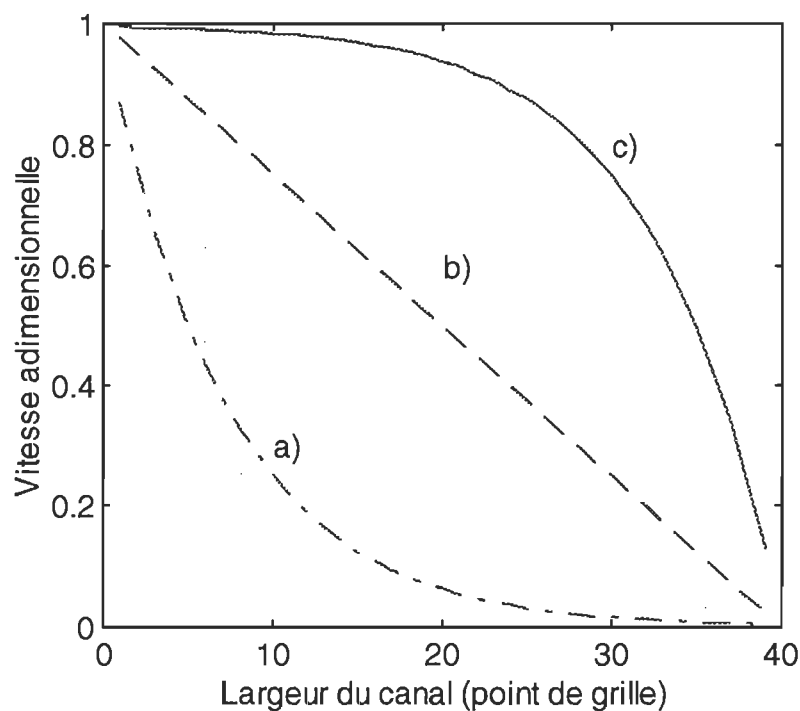


Figure 3.13: Distributions de vitesse : a) $u = 1 - 2^{2x}$, b) $u = 1 - r/r_{\max}$ et c) $u = 2^{-2x}$

Chacune de ces distributions de vitesse a été choisie de façon à ne pas obtenir de point d'inflexion, donc nous n'aurons pas d'instabilité due au cisaillement horizontal du courant moyen. Puisque nous sommes dans le cas pseudo-barotrope, il ne peut y avoir d'instabilité barocline. De plus, chacune de ces distributions respecte le critère de Rayleigh (centrifuge). Nous nous serions donc attendus à avoir des instabilités centrifuges pour chacune de ces

distributions, ce qui est le cas mais pour de très petits rayons. Dès que nous augmentons le rayon, nous perdons toute trace d'instabilité.

Pour chacune des distributions étudiées, les instabilités ont des taux de croissance de l'ordre de centaines de jours et des longueurs d'onde beaucoup plus longues qu'une circonférence. Ceci n'est pas réaliste pour des écoulements naturels, mais nous pouvons tout de même examiner un des résultats pour voir le comportement de l'instabilité centrifuge avec l'augmentation du rayon de courbure. Sur la figure 3.14, nous observons l'évolution du mode le plus instable en fonction de l'augmentation du rayon de courbure initial pour la distribution de vitesse de la figure 3.13b). Nous observons donc que les instabilités centrifuges diminuent lorsque le rayon augmente. Ce résultat était fort prévisible, mais il peut maintenant être observé.

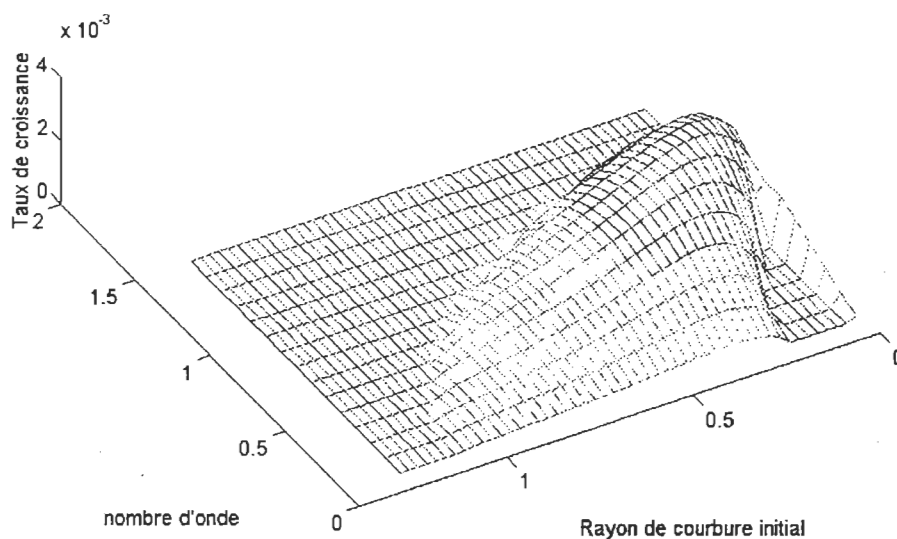


Figure 3.14 : Taux de croissance maximal d'une instabilité centrifuge en fonction du rayon de courbure avec la distribution de vitesse de la figure 3.13b)

Les résultats de la figure 3.14 sont adimensionnels. Nous présentons un exemple dimensionnel à la figure 3.15, pour un rayon initial de 0.25. Prenons $L=10$ kilomètres; ceci implique que nous avons un rayon initial de 2.5 kilomètres et un canal d'une largeur de 40 kilomètres. Les longueurs d'onde varient donc de 0 à 200 km. Pour une vitesse maximale de 1 m s^{-1} , cet exemple correspond à une instabilité dont la longueur d'onde est de 25 km et un taux de croissance maximal de $1/250$ jours. Un tel rayon et de tels taux ne se retrouvent cependant pas dans la nature.

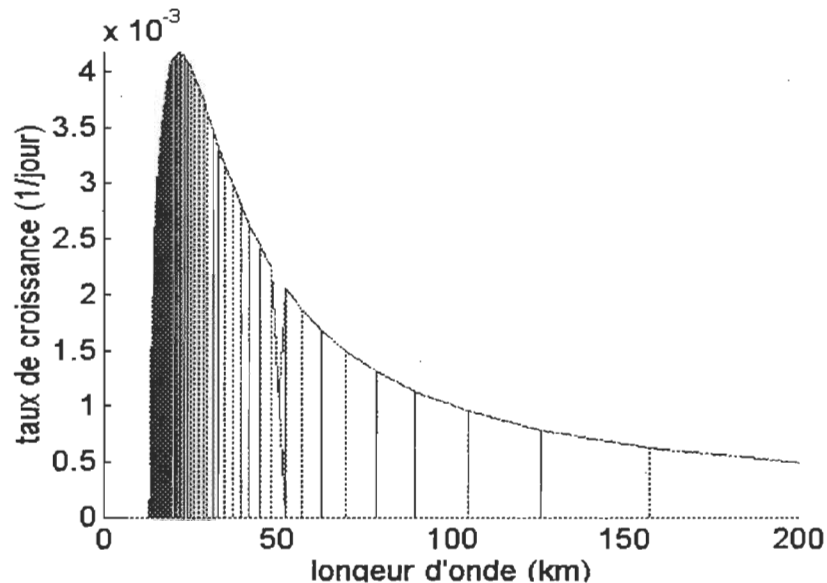


Figure 3.15 : Taux de croissance dimensionnel pour l'instabilité centrifuge de la figure 3.14 avec rayon de courbure initial de 2,5 km.

Puisque les résultats du modèle pseudo-barotrope semblent nous mener vers des résultats qui ne peuvent être observés dans la nature, nous allons, dans la prochaine section, étudier de plus près ce qui se passe dans le cas barocline. Nous avons tout de même pu constater que l'instabilité centrifuge diminue avec l'augmentation du rayon de courbure initial, un résultat qui fut observé dans toutes les autres simulations qui ne sont pas présentées dans ce mémoire.

Cas barocline

Nous commencerons par l'étude de la figure 3.11. Revoyons, à la figure 3.16, les résultats de la figure 3.11 avec une meilleure résolution pour un domaine de F variant entre 0.5 et 1.5, tandis que δ varie de 0.01 à 0.3, c'est-à-dire une partie du domaine pour lequel nous avons des changements importants.

Maintenant, extrayons les taux de croissance pour $F = 1$ et δ allant de 0.01 à 0.3. Ces résultats sont présentés à la figure 3.17.

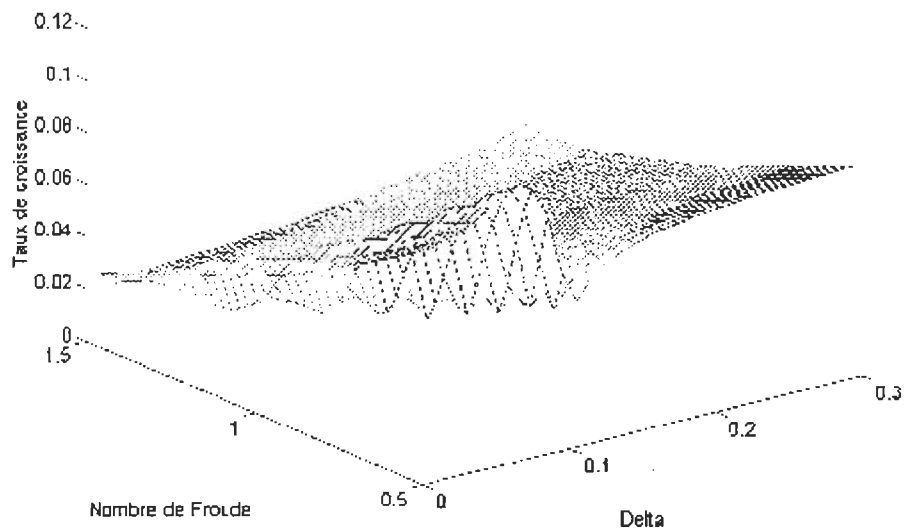


Figure 3.16 : Taux de croissance adimensionnel maximal pour des instabilités dans un canal de largeur 4 et dont le rayon de courbure est égal à 10, pour une distribution de vitesse selon Hart(1974) avec $\Lambda=2$.

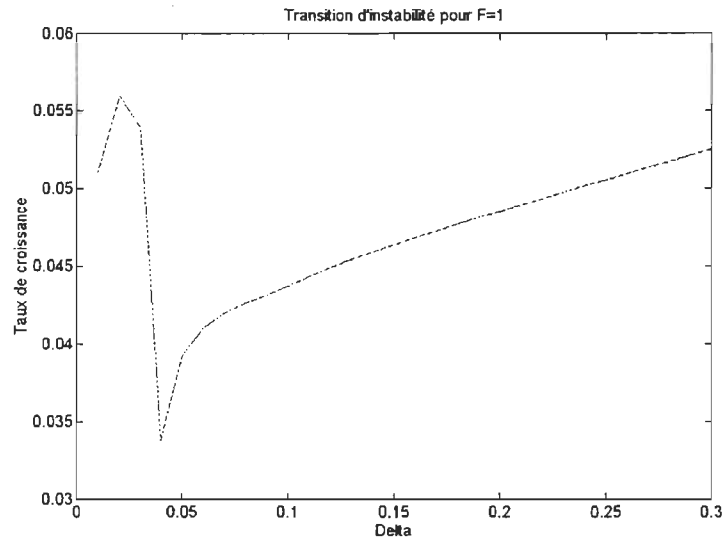


Figure 3.17: Taux de croissance maximal pour $F=1$, extrait de la figure 3.16.

Nous observons qu'il y a une brisure dans les taux de croissances entre $\delta=0.03$ et $\delta=0.04$. Nous chercherons donc en ces points une transition de mode d'instabilité. En regardant la figure 3.18 qui présente la transition, nous observons que sur le graphique du haut ($\delta=0.03$), le mode instable en ligne discontinue prédomine, c'est-à-dire que ses taux de croissance sont plus élevés que le mode en ligne pleine. Sur le graphique du bas, c'est le mode en ligne pleine qui prédomine. À ce moment-ci, nous observons qu'il y a effectivement une transition de mode d'instabilité. Ce que nous désirons savoir maintenant, c'est vers quel type d'instabilité s'effectue cette transition. Pour ce faire, observons, sur la figure 3.19, ce qui se passe en augmentant le rayon jusqu'à 100. La figure 3.19 comprend deux types de graphiques. Les graphiques: a, c, e et g représentent les données brutes. À chaque valeur propre, un numéro séquentiel variant de 1 à 78 a été associé. En effet avec 39 points de grilles, il y a une possibilité de 78 valeurs. Sauf pour $R=100$, nous observons deux modes: un en avant-plan et un en arrière-plan. Les graphiques: b, d, f et h donnent une autre représentation de ces modes, il s'agit d'une projection de ces deux modes dans un plan: le mode en avant-plan est représenté par une ligne pleine et le mode en arrière-plan par une ligne discontinue.

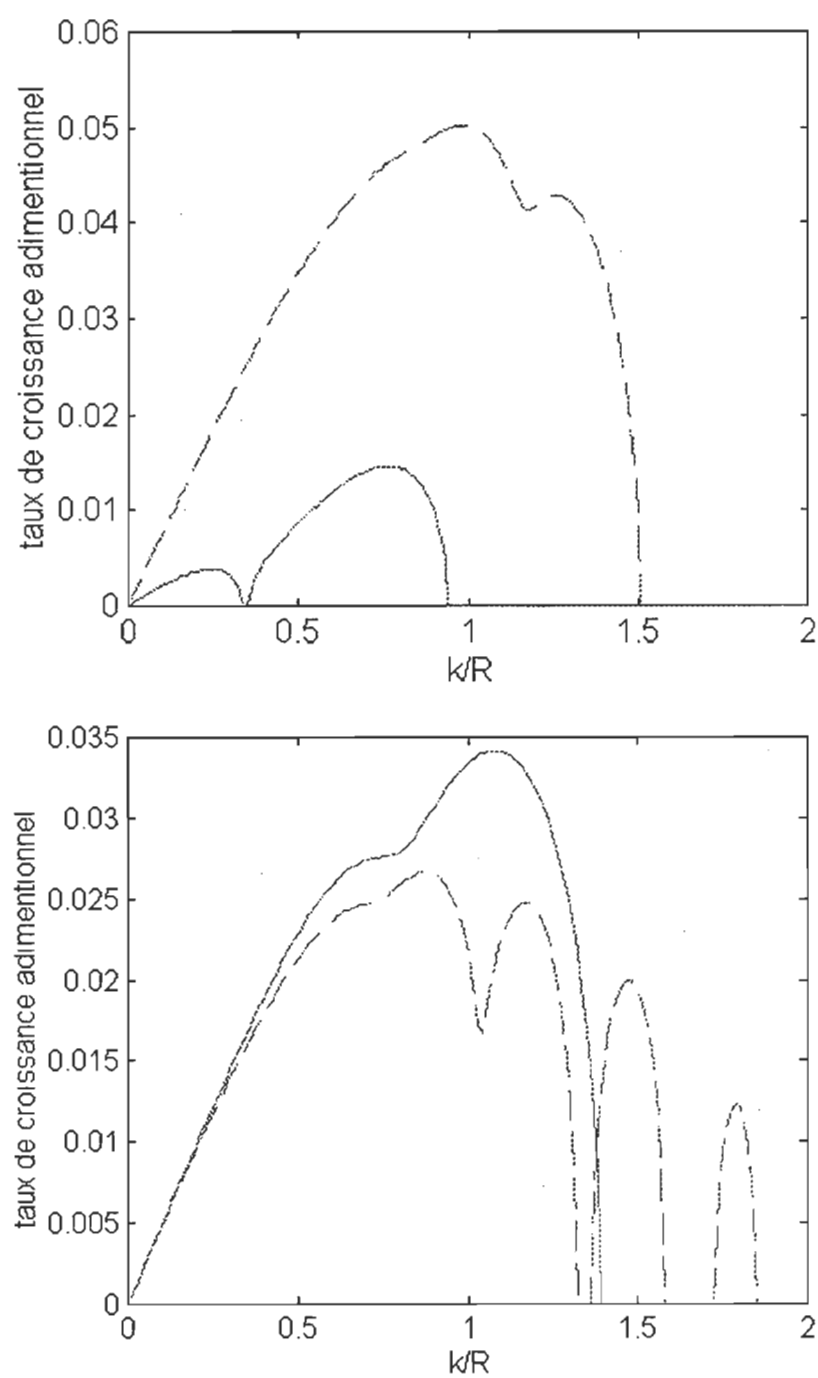
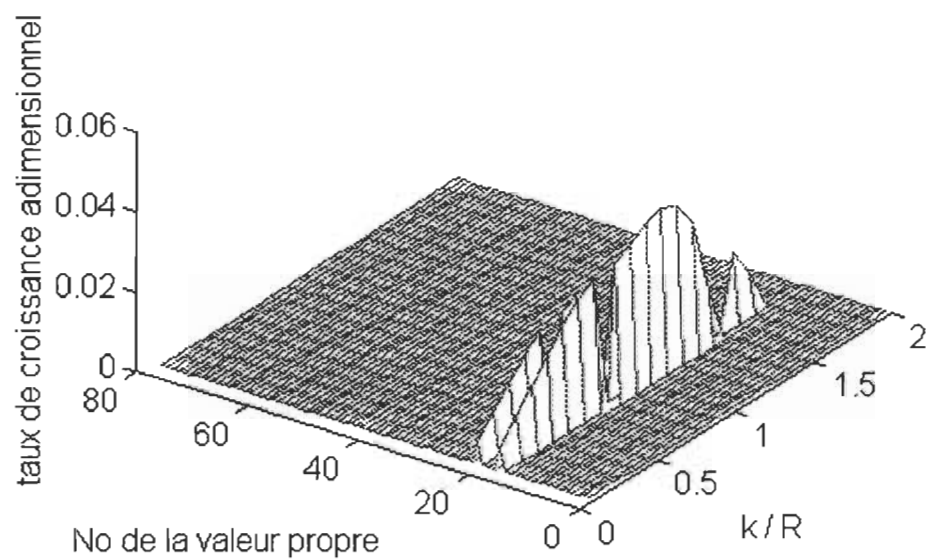
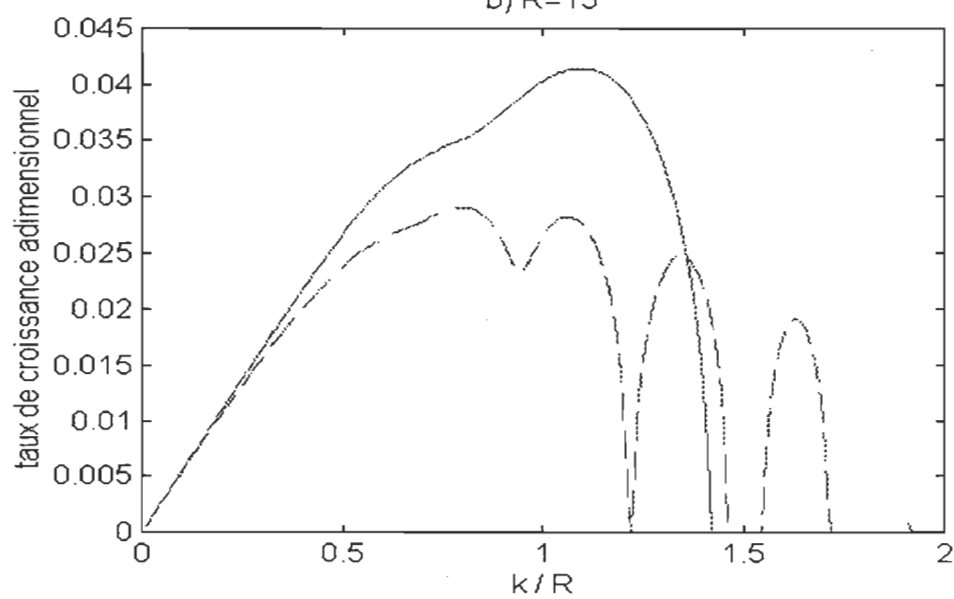
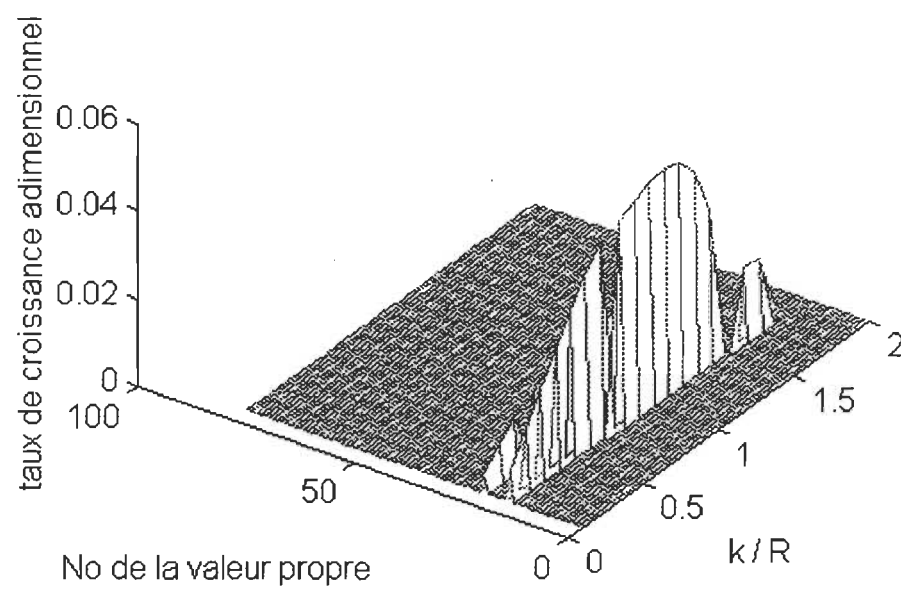
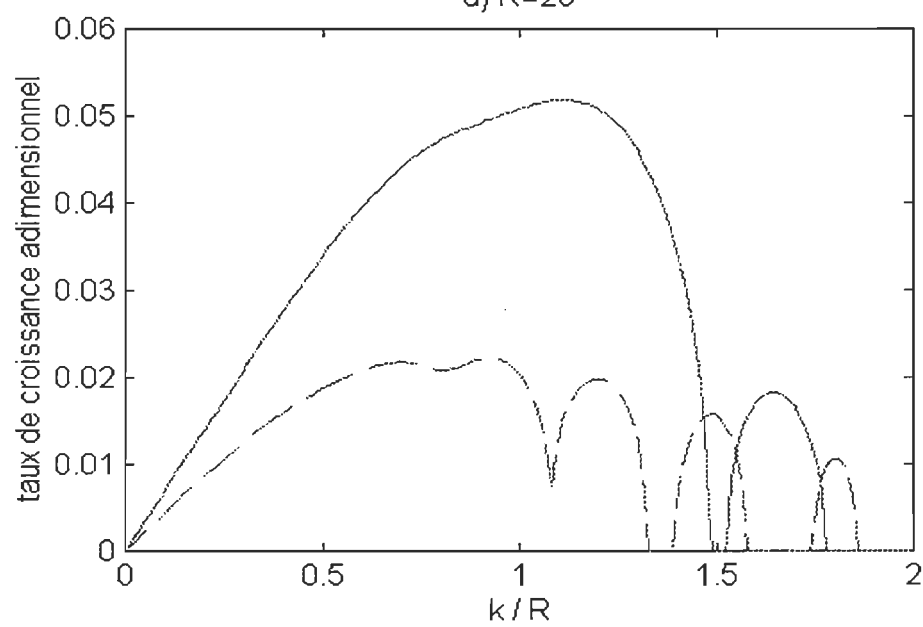
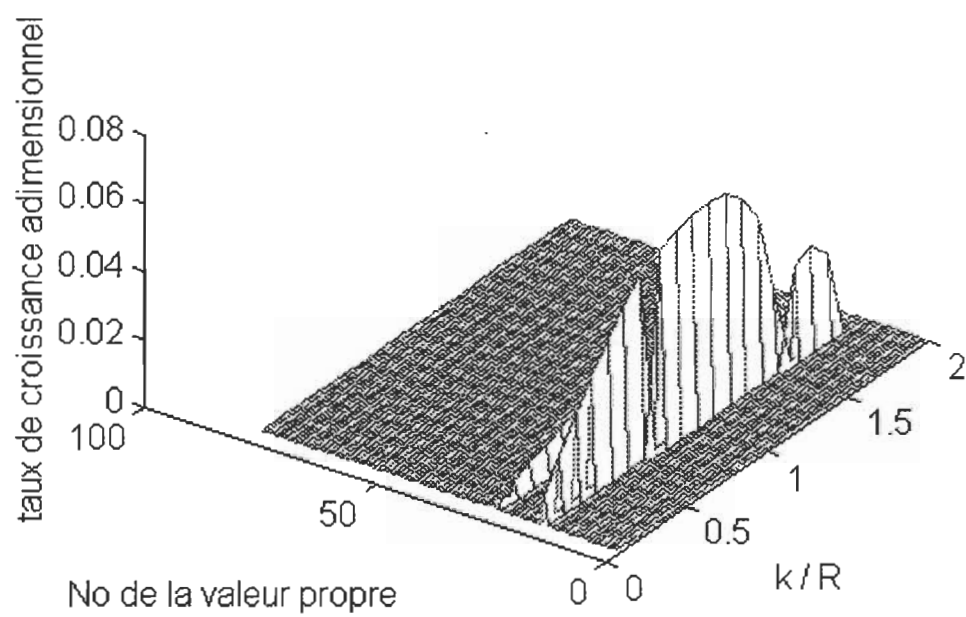
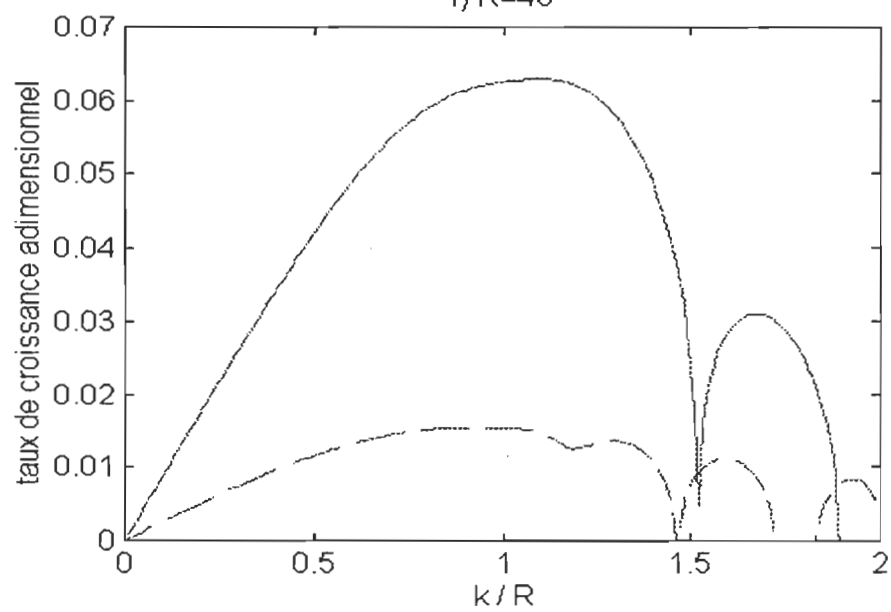


Figure 3.18 : Transition d'instabilité de la figure 3.17 pour $\delta = 0.03$ (en haut) et $\delta = 0.04$ (en bas).

a) $R=15$ b) $R=15$ 

c) $R=20$ d) $R=20$ 

e) $R=40$ f) $R=40$ 

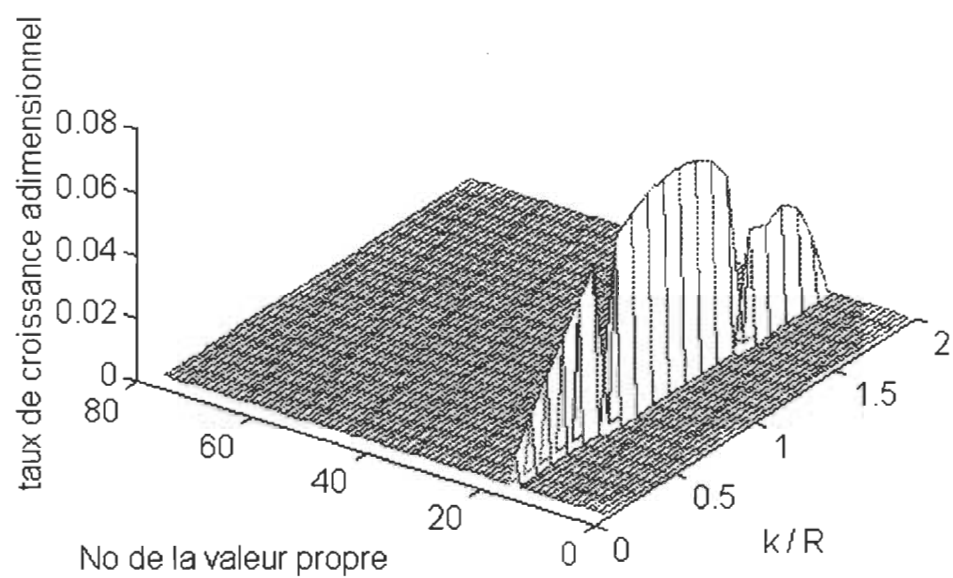
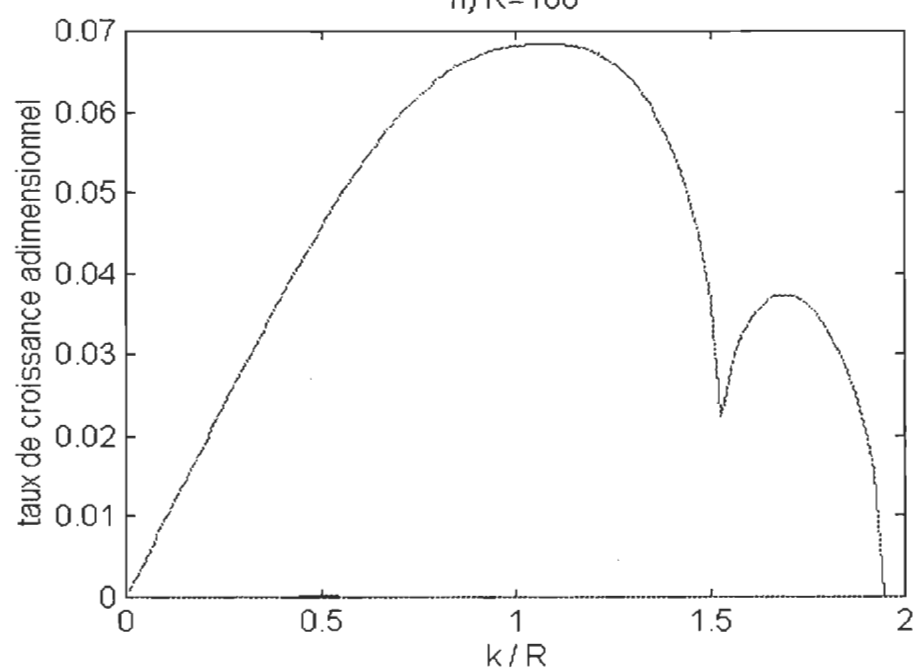
g) $R=100$ h) $R=100$ 

Figure 3.19 : Taux de croissance adimensionnel maximal pour un δ de 0.03, un F de 1 et une distribution de vitesse selon Hart(1974) avec $\lambda = 2$.

Sur le graphique du haut de la figure 3.18, où $r=10$, nous observons que l'instabilité en ligne discontinue prédomine. Sur la figure 3.19, nous avons repris cette simulation avec un rayon croissant. À la figure 3.9, nous avons démontré qu'un rayon de 100 km représentait bien le cas barotrope. Nous pouvons donc, grâce au graphique 3.19 h), identifier le mode en ligne pleine comme étant le mode barotrope. Il reste maintenant à démontrer à quel type d'instabilité correspond l'instabilité en ligne discontinue. Nous croyons qu'il s'agit d'une instabilité centrifuge. Les faits qui nous permettent d'affirmer qu'il s'agit bien d'une instabilité centrifuge sont : la diminution de ses taux de croissance avec l'augmentation du rayon, la réponse de la distribution de vitesse au critère d'instabilité centrifuge et le fait qu'il ne peut s'agir ni d'une instabilité barotrope ou ni d'une instabilité barocline.

Effet de la topographie et des parois

L'objectif de ce mémoire, n'est pas de faire une étude complète de l'effet de la topographie. Cependant, nous désirons connaître les effets d'une profondeur qui diminue de façon exponentielle en fonction de r , semblable à celle du courant de Gaspé, et l'effet dû à l'éloignement des parois.

Avant de faire une étude complète du plan (F, δ) , regardons ce qui se passe pour une région qui ne varie guère quand on passe des coordonnées cartésiennes aux coordonnées cylindriques, c'est-à-dire: les instabilités baroclines. En effet, il semble que ce soit cette région du plan (F, δ) qui soit le moins affectée par le changement de coordonnées. Ceci s'explique par le fait que ce passage ne change pas le cisaillement vertical du courant moyen. Nous étudierons un type de topographie pour un $F = 10$ et $\delta = 0,08$. Il s'agit aussi de voir si la paroi opposée au courant a une grande influence sur les taux de croissance. Nous conserverons donc la même

distribution de courant que Hart(1974). Cependant, nous prendrons un canal cinq fois plus large. Ce sont ces résultats traités par le modèle cartésien que nous présentons à la figure 3.20.

Nous observons sur la figure 3.20 que le fait d'éloigner la paroi n'a qu'une très faible incidence sur le taux de croissance. En fait, cela ne fait que très peu varier le taux de croissance maximal et la longueur d'onde qui y est associée. Ceci est sûrement dû au fait que le canal de départ était déjà suffisamment large pour ne pas affecter les instabilités. Nous prendrons donc, par la suite, cette largeur de canal (4) comme largeur minimale.

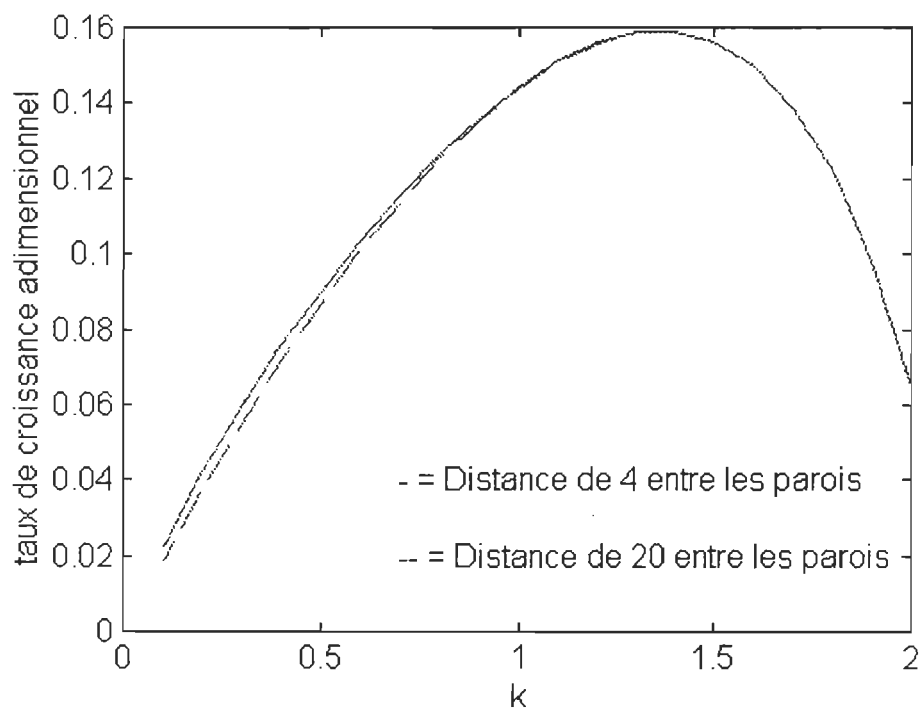


Figure 3.20 : Variation des taux de croissance adimensionnels pour différentes largeurs de canal en fonction de k , pour la distribution de vitesse de Hart(1974) avec $\lambda=2$.

Puisque nous connaissons déjà assez bien les résultats avec la distribution de vitesse de Hart, utilisons les pour voir les effets dus à la topographie qui nous intéresse, c'est-à-dire une topographie semblable à celle du courant de Gaspé. Regardons maintenant ce qui arrive lorsque l'on introduit une topographie en fonction de puissance. À la figure 3.21, nous pouvons voir le type de topographie que nous avons introduite dans le modèle.

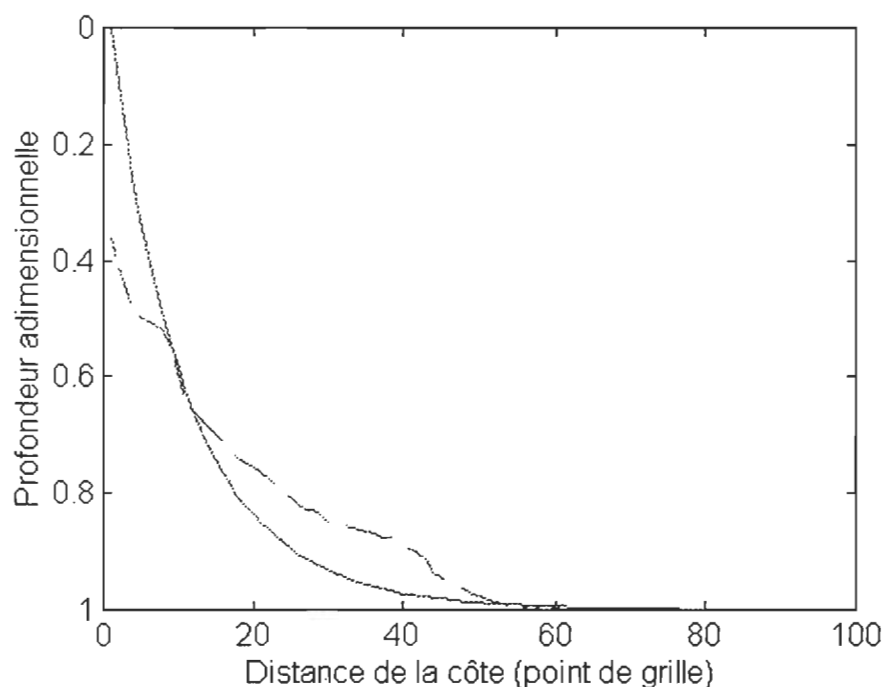


Figure 3.21 : Topographie en fonction de puissance ($1-(r/200)^{-8}$) dans le modèle (ligne pleine) que l'on retrouve le long de la péninsule gaspésienne (ligne discontinue).

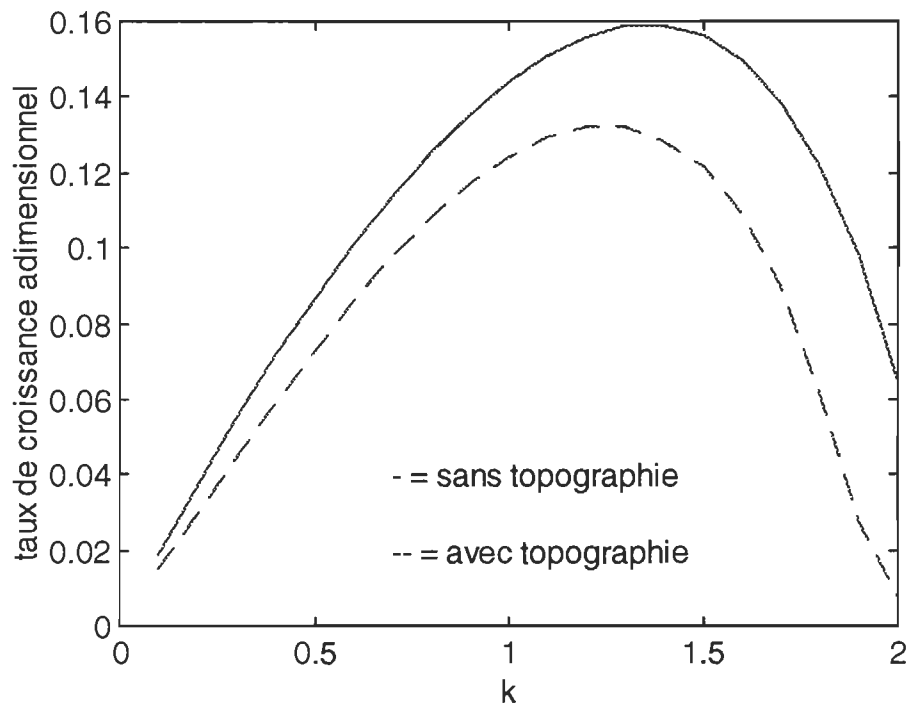


Figure 3.22: Effet dû à la topographie de la figure 3.21 sur les taux de croissance de la distribution de vitesse Hart (1974) avec $\lambda=2$, $F=10$ et $\delta=0.08$.

Étude de différents types de jets

Puisque les densités, l'effet de Coriolis, les échelles caractéristiques horizontales et verticales et le rapport de l'épaisseur des couches sont déjà exprimés dans F et δ , nous n'avons plus qu'à faire une étude des différents types de distribution de courant qui sont plus réalistes que celle de Hart(1974). Comme il y a une infinité de distributions de vitesse possible, nous ne considérerons que les distributions de jets côtiers typiques (figure 3.23) avant de passer à

l'étude du courant de Gaspé. Cette distribution de vitesse sera créée à partir d'une fonction sinusoïdale (équ. 3.3), avec 41 points de grille et $s = 0.5$ et $t = 8$. Ce profil de vitesse à l'avantage d'avoir une distribution de type parabolique en ayant aussi des points d'inflexion. De plus, nous n'avons qu'à faire varier les paramètres s et t pour élargir ou rétrécir le jet, ou pour en changer la symétrie.

$$U = (\sin((x^s)\pi))^t \quad (3.2)$$

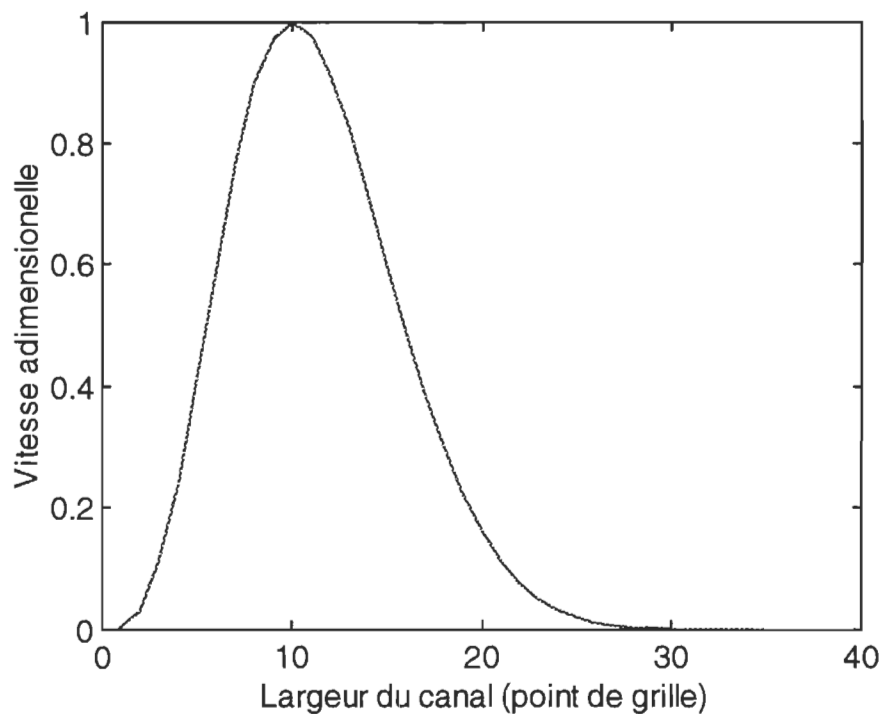


Figure 3.23 : Distribution de vitesse typique d'un jet côtier. La vitesse est de la forme $u=(\sin((x^s)\pi))^t$ avec $s=0.5$ et $t=8$.

Nous allons tout d'abord regarder les résultats produits par le modèle cartésien. Pour ce faire, nous avons utilisé la distribution de vitesse ci-haut avec une largeur de courant de 4.

Selon F et δ , nous avons respectivement pris des pas de 0.1 et 0.02. Nous obtenons donc le résultat présenté à la figure 3.24. La même simulation sera faite à partir du modèle cylindrique avec un rayon de courbure de 10.

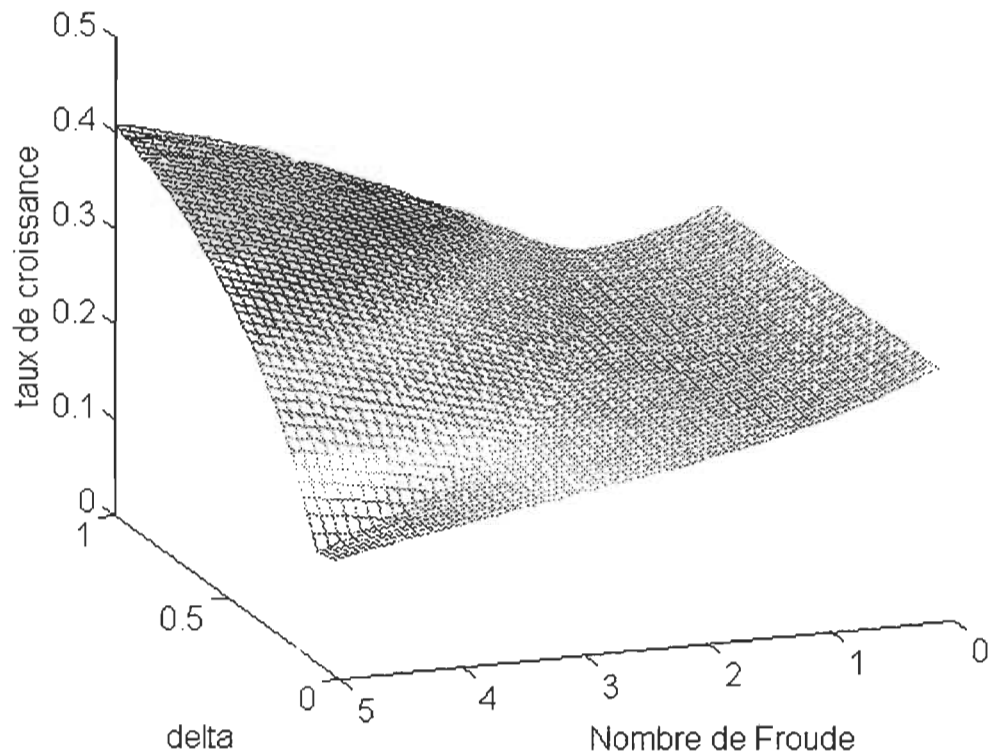


Figure 3.24 : Taux de croissance maximal pour la distribution de vitesse représenté à la figure 3.23 avec le modèle à deux couches en coordonnées cartésiennes.

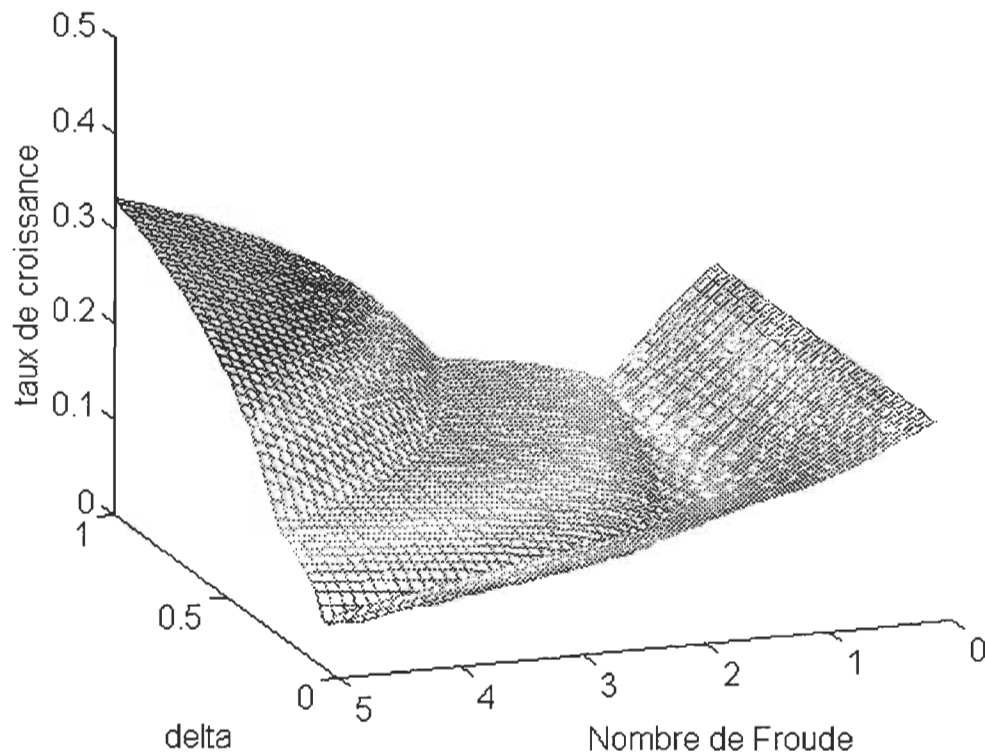


Figure 3.25 : Taux de croissance maximal pour la distribution de vitesse représenté à la figure 3.23; avec le modèle à deux couches en coordonnées cylindriques avec un rayon de 10.

Nous observons des différences très marquées entre le cas cartésien et le cas cylindrique. Pour le cas cartésien, nous retrouvons une distribution des taux maximaux semblable à celle des figures 3.4 ou 3.6. Nous y retrouvons différentes régions: barocline, barotrope, mixte et stable. Lorsque nous passons aux résultats du modèle cylindrique, nous observons que les taux de croissance des instabilités baroclines ont diminué. La distribution des instabilités barotropes n'est plus la même, elle s'est allongée vers ce qui était la zone stable en coordonnées cartésiennes. De plus, nous observons qu'il survient une modification par la coupure soudaine des taux de croissance maximaux entre la zone barotrope et barocline. Nous pouvons penser qu'il s'agit d'un nouveau type d'instabilité qui domine temporairement. Pour vérifier ce qui se produit, prenons une coupe qui contient les trois types d'instabilité: barocline, barotrope et

'cylindrique'. Ici "cylindrique" n'est utilisé que pour désigner la section pour laquelle il y a une différence majeure avec le cas cartésien. Pour voir ce qui s'y passe, nous allons prendre une coupe qui contient les trois instabilités.

La figure 3.26 présente la coupe $F=3$ de la figure 3.25. Nous observons qu'il se produit deux coupures dans les taux de croissance, la première vers $\delta = 0.13$ et l'autre vers $\delta = 0.33$. En reprenant le cheminement de la figure 3.19, nous constatons qu'il s'agit effectivement d'un changement de type d'instabilité en ces deux points. Donc, nous pouvons affirmer que nous avons un nouveau type d'instabilité. Ce nouveau type d'instabilité n'est pas dû au cisaillement horizontal, ni au cisaillement vertical du courant moyen. Alors, puisque la distribution de vitesse permet des instabilités centrifuges et qu'elles n'apparaissent pas dans le repère cartésien, nous pouvons conclure qu'il s'agit d'une instabilité centrifuge.

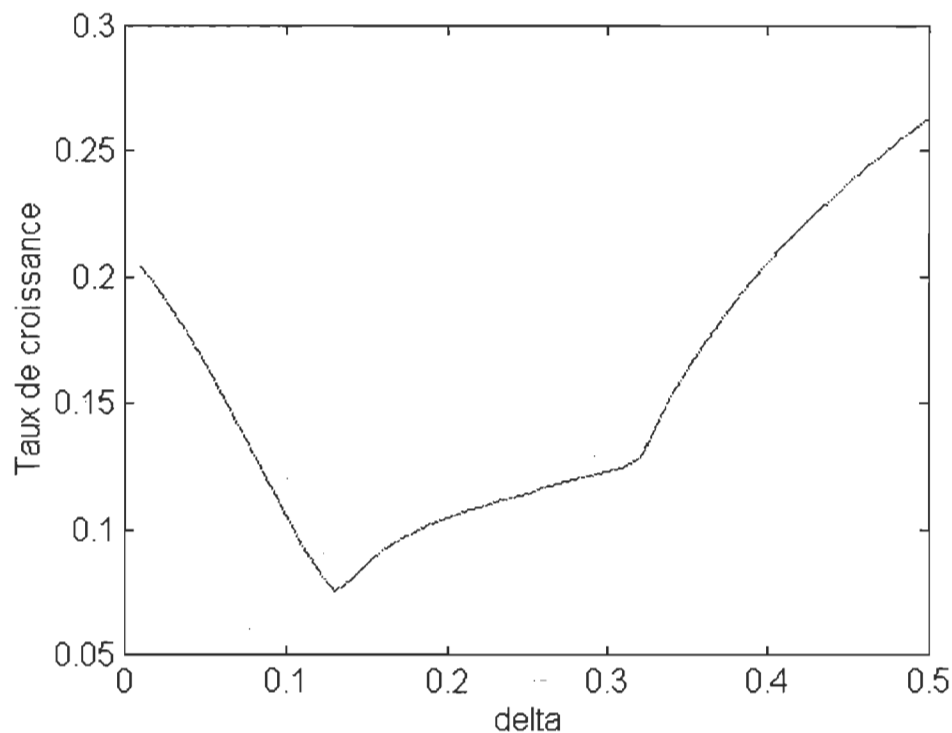


Figure 3.26 : Coupe le long de $F=3$ de la figure 3.25

Cette dernière simulation démontre bien que même pour des distributions de vitesse plus réalistes, les instabilités centrifuges ont de l'importance. Nous continuerons donc notre étude au prochain chapitre en faisant l'étude des instabilités dans le courant de Gaspé.

Chapitre IV

Étude du courant de Gaspé

Le système du St-Laurent

Le système du St-Laurent s'étend sur plus de 1000 kilomètres entre Québec, la limite en amont de la pénétration d'eau salée, et l'océan Atlantique (figure 4.1). Le système comprend l'estuaire du St-Laurent, de Québec à Pointe-des-Monts, et le golfe du St-Laurent. L'estuaire est traditionnellement divisé en deux parties: l'estuaire supérieur, étroit et peu profond, situé entre Québec et l'embouchure du fjord du Saguenay et l'estuaire maritime, large et profond, entre le Saguenay et Pointe-des-Monts. La bathymétrie de l'estuaire maritime est caractérisée par le chenal Laurentien, un chenal de 300 m de profondeur qui s'étend de l'embouchure du Saguenay jusqu'à l'océan Atlantique. À la tête du chenal Laurentien, la profondeur varie de 300 m à 50 m sur à peine une dizaine de kilomètres. Cette région de remontée rapide du fond située à l'embouchure du fjord du Saguenay est un site important de remontée des eaux intermédiaires et de génération d'ondes et de marées internes qui se propagent par la suite vers l'aval et vers l'amont (Mertz et Gratton, 1990). C'est aussi une région propice à la formation de fronts périodiques entre les eaux intermédiaires (froides et salées) et les masses d'eau plus douce issues du Saguenay et de l'estuaire supérieur (Ingram et El-Sabh, 1990). Ces eaux s'écoulent par la suite le long de la rive sud de l'estuaire maritime sous la forme d'un jet côtier qui deviendra, en pénétrant dans le golfe du St-Laurent, le courant de Gaspé.

Le golfe du St-Laurent est une mer semi-fermée hautement stratifiée qui a une superficie de 226 000 km² et un volume de 34 000 km³. Dues à ses proportions énormes, il est sensible à la force de Coriolis. Il possède deux ouvertures sur l'océan Atlantique: le détroit de Cabot qui a une profondeur maximale de 480 m et une largeur de 104 km pour une section de plus de 35

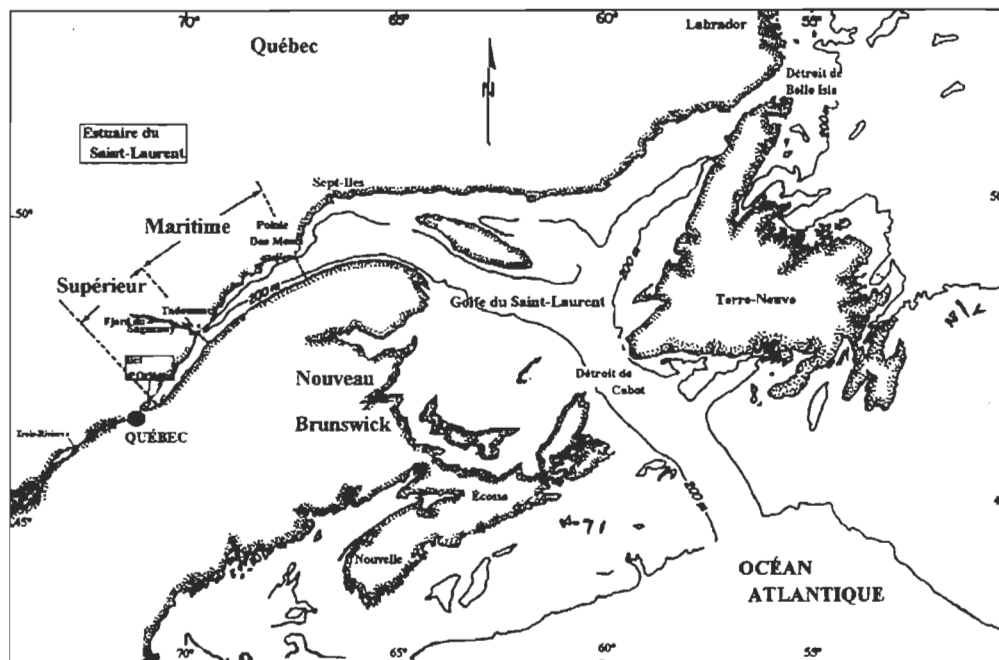


Figure 4.1: Carte du golfe du St-Laurent présentant les différentes régions discutées dans le texte: l'estuaire supérieur, l'estuaire maritime et le golfe du St-Laurent; modifiée d'après Koutitonsky et Bugden(1991).

km² et le détroit de Belle-Isle où la profondeur ne dépasse pas 60 m avec une largeur d'environ 15 km pour une superficie de 1 km². Les principales forces agissant dans le golfe sont: les forces de flottabilité provoquées par les eaux douces qui s'y jettent (84% de l'estuaire, 14% de la rive nord du golfe), les systèmes météorologiques qui causent des remontées d'eau profonde le long de la côte nord et la distribution de niveau d'eau à grande échelle, les marées en provenance de l'Atlantique qui produisent des vagues internes ainsi que du brassage et, finalement, les effets à très basses fréquences en provenance de l'Atlantique (Koutitonsky et Bugden, 1991). La réponse de ce système est un écoulement de type estuarien où l'eau plus douce coule en surface et une pénétration de l'eau de l'Atlantique en profondeur (Koutitonsky et Bugden, 1991).

Le courant de Gaspé

Structure et caractéristiques

Le courant de Gaspé, une des figures prédominantes dans la circulation de golfe du St-Laurent, fut découvert en 1895 par Dawson et documenté depuis lors par des calculs géostrophiques et des mesures de courant *in situ* (Farquason 1963, 1966; El-Sabh 1976; Tang 1980b; Benoit et al. 1985). Il s'agit d'un jet côtier barocline qui prend naissance sur la côte sud de l'estuaire, dû à son débit en eau douce. À l'embouchure de l'estuaire, il sera renforcé par la circulation cyclonique au nord-ouest du St-Laurent (Mertz et al., 1991). C'est le long de la péninsule gaspésienne qu'il aura son intensité maximale (1 m s^{-1}) avec une largeur de 15-20 km sur le premier 40-50 m de la colonne d'eau. Bugden a montré que 80% de cette eau provenait de la résurgence de la couche de 50-100m, 71% origine du Nord-Ouest du golfe et 9% de l'estuaire maritime. Le restant provient de la recirculation des eaux adjacentes (17%) et de l'eau douce de l'estuaire (3%)(Koutitonsky et Bugden, 1991). Mais ces pourcentages peuvent être changés par les éléments extérieurs comme le vent (Mertz et al., 1991)

Les données de température et de salinité furent traditionnellement prises sur deux radiales: la section de Pointes-des-Monts et celle de Sept-Iles (fig. 4.1). Pour obtenir une base de données de haute qualité entre ces deux radiales, un programme de récolte de données fut entrepris à l'été 1978. Ce programme comprenait 37 mouillages de courantomètres et 70 stations CTD. C'est de ce programme que sera tirée la majorité des données des articles que nous étudierons. Ces données sont présentées dans Benoît (1980) et Tang et Bennet (1981).

Plusieurs travaux ont été publiés sur la structure et la variabilité du courant de Gaspé (El-Sabh et Benoit, 1984; Benoit et al., 1985; Mertz et El-Sabh, 1989; Mertz et al., 1991). D'après les données prises en 1977 et 1978, El-Sabh et Benoit (1984) ont montré à l'époque qu'il existe un fort courant moyen (0.6 m s^{-1}) et qu'il y a très peu de variations dans la structure

horizontale et verticale sur la période de 3 mois où ont été prises ces données à partir des ancrages de courantomètres. Les données de température et de salinité ont montré que le courant de Gaspé est un système à deux couches, où la thermocline est plus profonde près de la péninsule gaspésienne. Cependant, la couche bien mélangée (0-30 m) est sujette à de fortes variations saisonnières. La température passe de 8°C en juin, à un maximum de 14°C en juillet pour descendre à 2°C en novembre. La salinité minimale de 25.5 (la salinité n'a plus d'unité dans le nouveau système d'unité pss: practical salinity scale) au moment où le débit d'eau douce est à son maximum en juin augmente jusqu'à 29.5 entre septembre et novembre (El-Sabh et Benoit, 1984). Sur une plus petite échelle temporelle, Mertz et al. (1989) ont démontré que le passage des systèmes de pression météorologique, sur des périodes de 10 à 15 jours, joue un grand rôle dans la variabilité des échanges de masse d'eau entre l'estuaire et le golfe et qu'il crée un contre-courant en profondeur à l'embouchure de l'estuaire maritime du St-Laurent (Mertz et al., 1989). Les vents jouent aussi un rôle important dans l'influence des masses d'eau transportées par le courant de Gaspé. Couture (1989) a montré que des vents favorables pourraient générer des courants allant jusqu'à 30 cm s⁻¹ le long de la péninsule gaspésienne.

Instabilité du courant de Gaspé

La spécialisation des images thermiques satellite a permis de voir de façon synoptique ce qui se produisait dans le golfe. Tang (1980a) a documenté un événement estival d'une dizaine de jours où le courant de Gaspé s'éloigne de la côte pour plusieurs jours et où les courants en profondeur sont en sens contraire au sens habituel, c'est-à-dire vers le large. Quand le courant retourne près de la côte, un méandre d'une soixantaine de kilomètres commence à se former, se développe et éventuellement, se brise. Cette instabilité concorde avec une variation du débit de l'estuaire à l'échelle temporelle synoptique. Tang modélise, à l'aide du modèle Niiler-Mysak(1977), cet événement en terme d'une instabilité barotrope déclenchée par un éloignement de la côte qui a un effet stabilisateur sur le courant. Son modèle prédit une

longueur d'onde de 52 km et un taux de croissance de 1 jour qui est appuyé par les images satellites. C'est après avoir appliqué les données à un modèle barocline à deux couches qu'il en est venu à la conclusion que les instabilités baroclines n'étaient pas un facteur important pour le courant de Gaspé.

Mertz et al. (1988) poursuivent les travaux de Tang et démontrent que les instabilités baroclines sont aussi une source importante dans la variabilité synoptique pour la période estivale. Ils utilisent deux modèles: le modèle Niiler-Mysak pour le cas barotrope, modifié pour satisfaire un écoulement en canal, et un modèle à deux couches comme celui de Mysak (1977), basé sur les équations de Pedlosky (1964), pour les cas baroclines. Ils utilisent le critère de Thomson (1984), r , pour calculer le rapport de l'énergie associé aux instabilités baroclines sur celui associé aux instabilités barotropes:

$$r = f \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \right)^{-1} \left(\frac{\partial v}{\partial z} / \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\rho'}{v'}$$

où ρ est la densité moyenne, ρ' est la fluctuation caractéristique de la densité, v est la vitesse moyenne et v' est la fluctuation caractéristique de la vitesse. Ils ont utilisé les données de Benoît et al. (1985) et ont obtenu une valeur de r est entre 2 et 3. On peut donc dire que les conversions d'énergie barocline sont importantes et peut-être même dominantes, mais r n'est pas assez grand pour permettre de négliger l'énergie associée aux phénomènes barotropes. Il semble donc y avoir recoupement des conditions pour avoir des instabilités baroclines et barotropes. Il est donc possible d'obtenir des instabilités mixtes. Mertz et al. (1988) confirment qu'il y a très peu de différences dans les instabilités obtenues si on compare un système avec ou sans la deuxième frontière. Les conclusions de Tang (1980b) semblent être exactes; ce sont les instabilités barotropes qui représentent le mieux les observations du courant de Gaspé. Cependant en comparant les taux de croissance, ce sont les instabilités baroclines qui semblent être avantageées.

Quelques unes de ces perturbations semblent être déclenchées par des vents soufflant vers l'est. En fait, les instabilités dans le courant de Gaspé peuvent aussi survenir pendant l'automne, une période où le débit de l'estuaire est faible (Mertz et El-Sabh, 1989). Mertz et El-Sabh (1989) étudient une instabilité d'automne où le débit du St-Laurent est faible par opposition à l'été où les débits sont forts et peuvent représenter une cause d'instabilité. Dans ce cas automnal, c'est le vent qui semble être l'élément critique, aidant l'instabilité à se produire en réduisant la stratification de la première couche. L'instabilité se présente de façon très différente sur les images satellites. Au lieu d'avoir des vagues déferlantes arrières (backward breaking wave, selon Mertz et al., 1988), nous avons des méandres symétriques selon l'axe d'une longueur d'environ quarante kilomètres. Dans cette étude, ils ont utilisé l'approche de Hart (1974). La déstratification qui se produit en automne et l'éloignement de la côte du noyau du courant ont des effets déstabilisateurs. Les longueurs d'onde des instabilités associées aux phénomènes estivaux sont, en théorie et en pratique, plus courtes que celles associées aux phénomènes automnaux. Les valeurs obtenues théoriquement ne concordent pas exactement aux valeurs observées mais la tendance est là. La zone de transition étant mince, ils ne peuvent préciser avec justesse de quel type d'instabilité il s'agit: barotrope ou barocline. Le jet, même s'il diminue en intensité, reste instable car le rayon de Rossby interne et la largeur du courant diminuent ensemble de sorte que F est presque constant. Ces chercheurs constatent qu'il reste du travail à faire comme inclure la topographie et la courbure de la côte. Ce sont exactement les deux améliorations que nous apporterons dans la prochaine section.

Simulation du courant de Gaspé

Entre 1991 et 1993, quatre missions en mer furent entreprises par le Ministère des pêches et océans du Canada. Elles permirent d'effectuer des mesures de courant, de salinité, de température et de densité. Elles furent même parfois couplées avec l'acquisition d'images du satellite ERS-1. Ce sont ces données qui nous ont été fournies par M. Pierre Larouche de l'Institut Maurice-Lamontagne (Larouche 1993 a,b,c,d). Elles nous permettront de décrire la

variabilité de la distribution de vitesse sur un cycle de marée et l'importance de la distribution de vitesse dans les différentes simulations.

De façon générale, tous les auteurs s'entendent pour dire que le rayon interne de Rossby est de l'ordre de 10 km, c'est aussi la valeur que nous obtenons. La largeur L est de l'ordre de 10 à 20 kilomètres dépendant de la saison, ce qui nous donne un F variant de 0.25 à 1. Pour ce qui est du ratio des épaisseurs de la couche supérieure sur celle du fond, il varie de 0.2 à 0.33 dans la littérature. Il reste maintenant à choisir une distribution de vitesse. Plusieurs distributions de vitesse géostrophique ont déjà été calculées dans la littérature, dépendant des saisons. Puisque ces distributions ne représentent pas très bien ce qui peut se produire à un instant donné, nous allons nous en tenir aux distributions qui seront déterminées à partir des données de Larouche(1993a). Nous allons donc tout d'abord effectuer des simulations avec une topographie semblable à la rive nord de la péninsule gaspésienne et avec une distribution de type jet, respectant les caractéristiques du courant de Gaspé. Nous utilisons tout d'abord une distribution de vitesse en jet symétrique concentré de 0 à 20 km de la côte gaspésienne avec un maximum à 10 kilomètres de la côte. Cette distribution est présentée à la figure 4.2. À l'aide de celle-ci, nous étudierons la stabilité pour un domaine de 0.1 à 2.1 pour le nombre de Froude interne et de 0.01 à 0.31 pour δ .

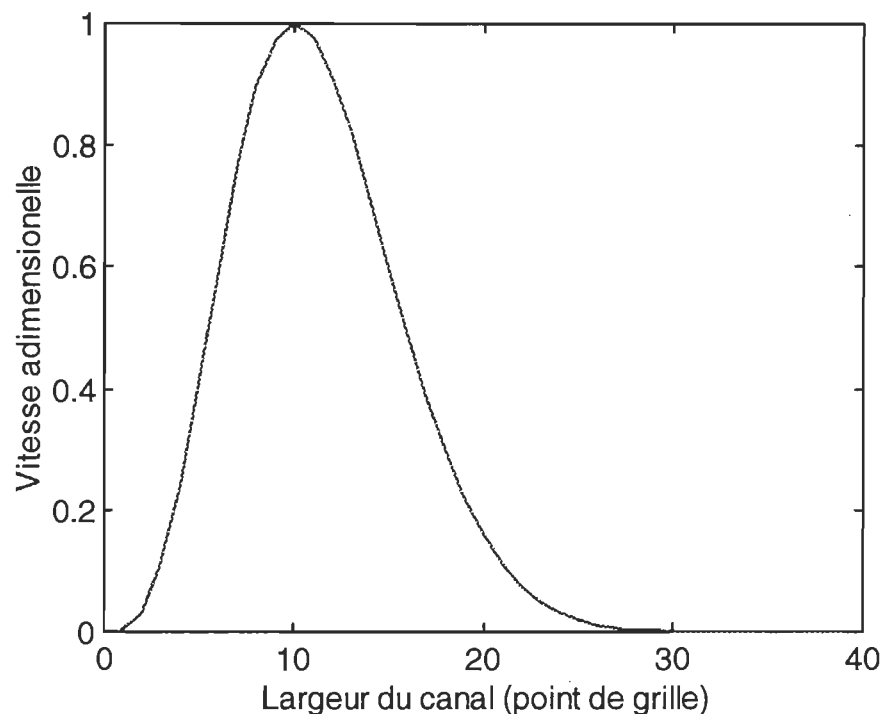


Figure 4.2 : Distribution de vitesse adimensionnelle de type jet côtier avec $s=0.5$ et $t=8$ dans l'équation (3.2).

Toutes les simulations du courant de Gaspé ont été effectuées avec la topographie de la figure 3.21. Les résultats du modèle en coordonnées cartésiennes sont présentés à la figure 4.3 et ceux en coordonnées cylindriques à la figure 4.4 (toutes les figures tridimensionnelles de ce chapitre sont vues du même angle). Nous remarquons une légère différence au niveau des taux de croissance. Mais l'évolution des taux maximaux d'instabilité, selon F et δ , semble être la même. Nous sommes donc dans un cas où les instabilités centrifuges sont de moins fortes amplitudes que les instabilités barotropes et baroclines. D'après la diminution du taux de croissance maximal selon F , nous sommes dans une zone d'instabilité barotrope. Ce modèle a l'avantage de tenir compte de la courbure de la côte; les longueurs d'onde associées sont donc plus réalistes. Les différents résultats sont présentés sous forme de tableau à la fin de ce chapitre (tableau 1).

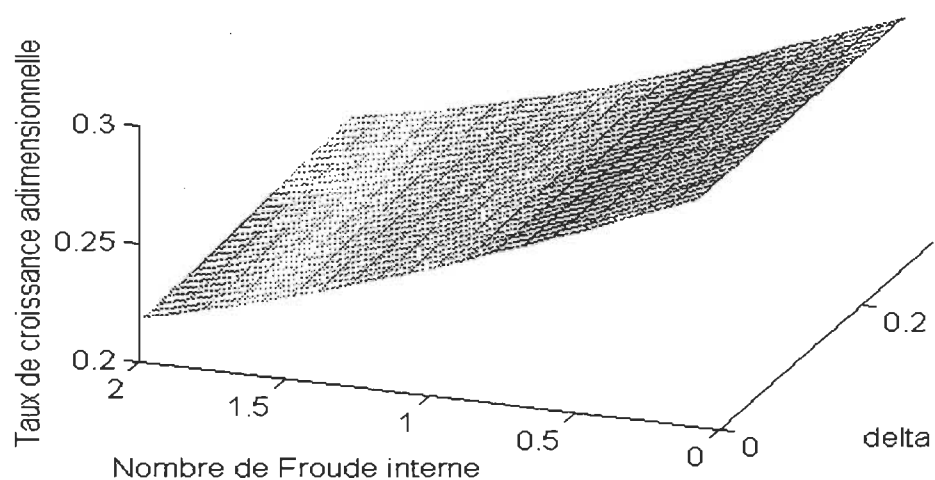


Figure 4.3: Taux maximal d'instabilité pour le modèle cartésien avec la distribution de vitesse de la figure 4.2.

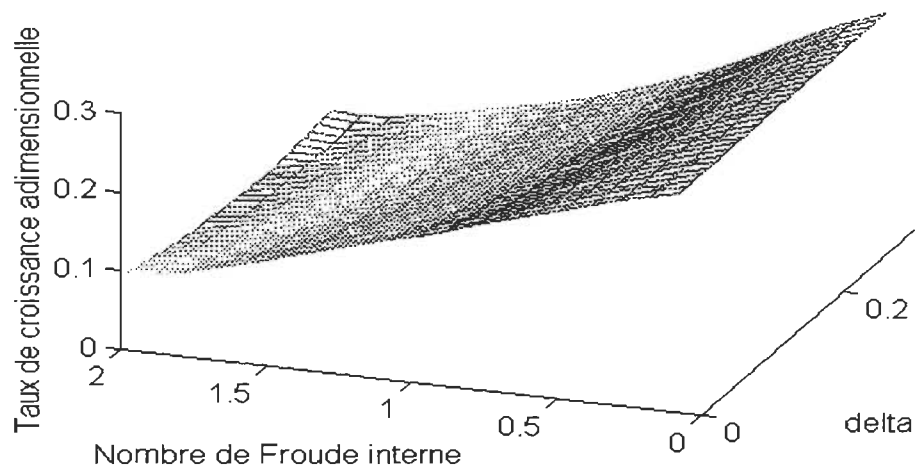


Figure 4.4 : Taux maximal d'instabilité pour le modèle cylindrique avec la distribution de la figure 4.2

A l'aide des données dont nous disposons, définissons les structures des champs de vitesse des courants horizontaux, ainsi que leur variabilité. Traçons maintenant les données de Larouche (1993a) pour la radiale 121-125 de la figure 4.5, située entre Cap-Chat et Ste-Anne-des-Monts.

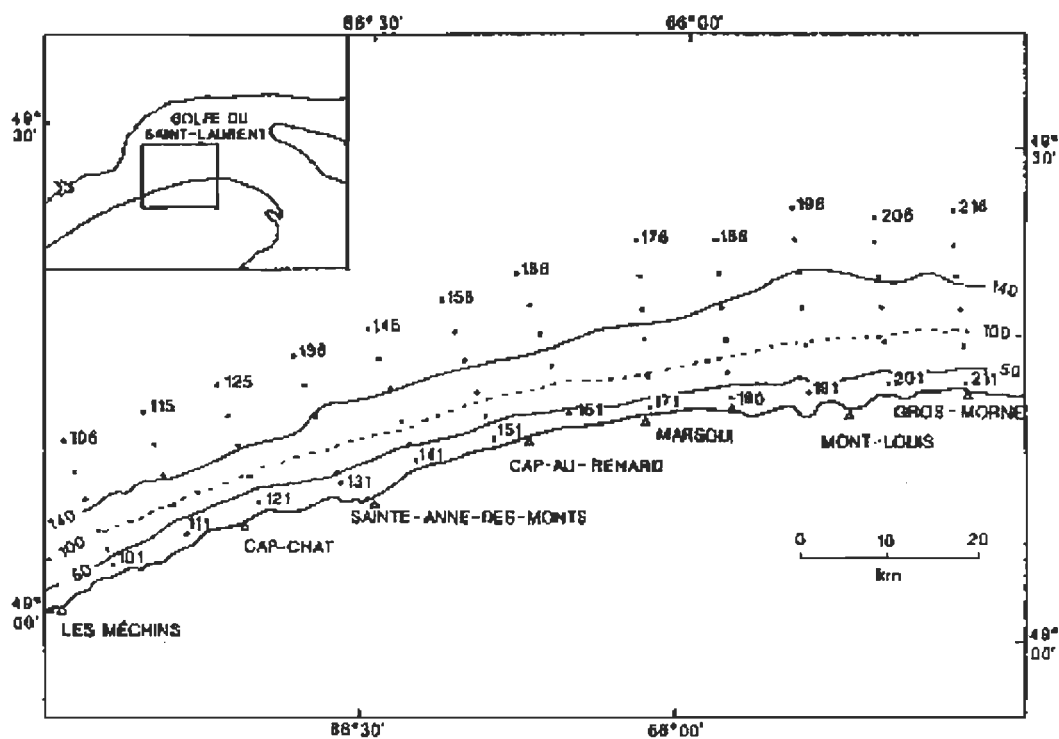


Figure 4.5: Localisation des stations d'échantillonnage. La radiale 12 est composée des stations 121 à 125 située près de Cap-Chat. Reproduit d'après Larouche(1993a)

Sur la figure 4.6, nous observons que la variation des vitesses est importante (0.4 à 0.8 m s^{-1}) sur un cycle de marée et que les distributions ont des formes relativement variées. Dans les figures 4.7 et 4.8, nous avons superposé les données et la distribution qui s'en approchait le plus à l'aide de la fonction de vitesse (eq. 3.3) où les paramètres s et t ont été définis au chapitre 3.

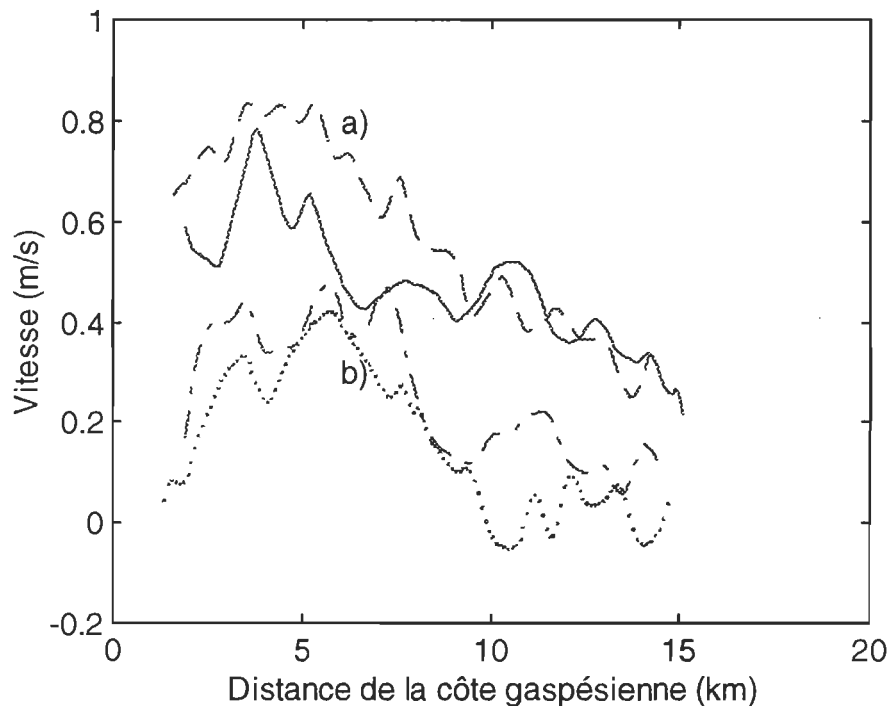


Figure 4.6 : Distribution des vitesses parallèles à la côte (azimutales) à 15 m, sur un cycle de marée de la radiale 12. Les différents profils sont espacés d'environ 6 heures.

La figure 4.9 présente les profils de densité à la station 122 de la figure 4.5. Chacun de ces profils correspond aux distributions de vitesse a) et b) de la figure 4.6. (Ce sont les profils de densité les plus près du noyau du courant de Gaspé dont nous disposons). C'est à l'aide de ces profils que nous avons calculé un rayon interne de Rossby de 10 km.

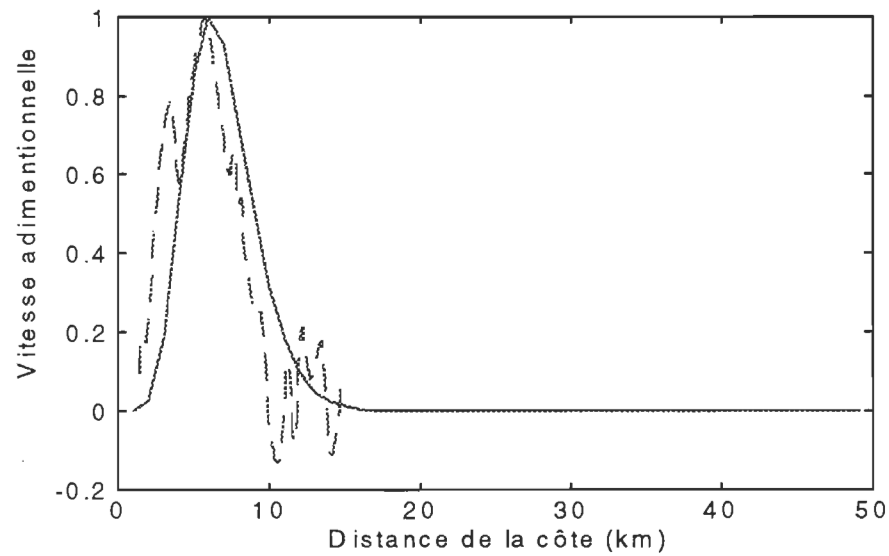


Figure 4.7 : Comparaison entre les données (ligne discontinue, courbe a) de la figure 4.6 et un profil sinusoïdal (eq. 3.3) avec $s=0.33$ et $t=30$ (ligne pleine).

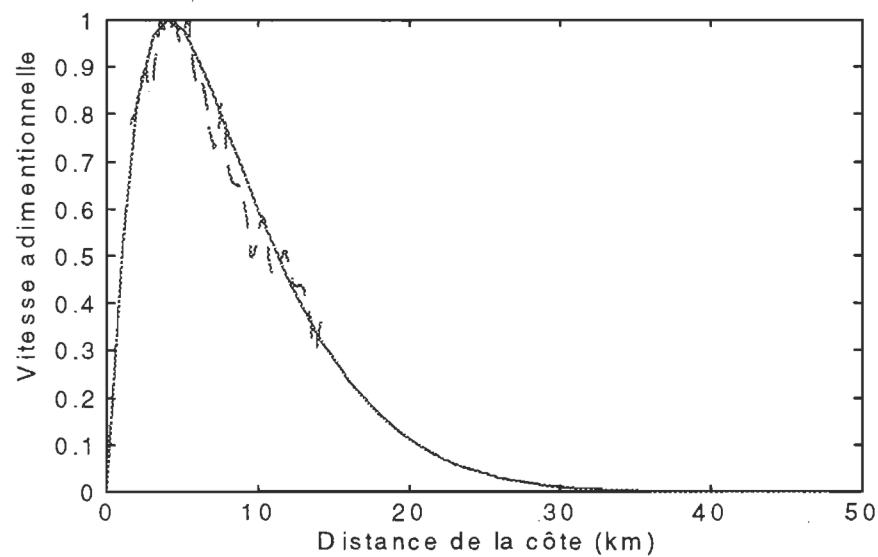


Figure 4.8 : Comparaison entre les données (ligne discontinue, courbe b) de la figure 4.6 et un profil sinusoïdal (eq. 3.3) avec $s=0.3$ et $t=4$ (ligne pleine).

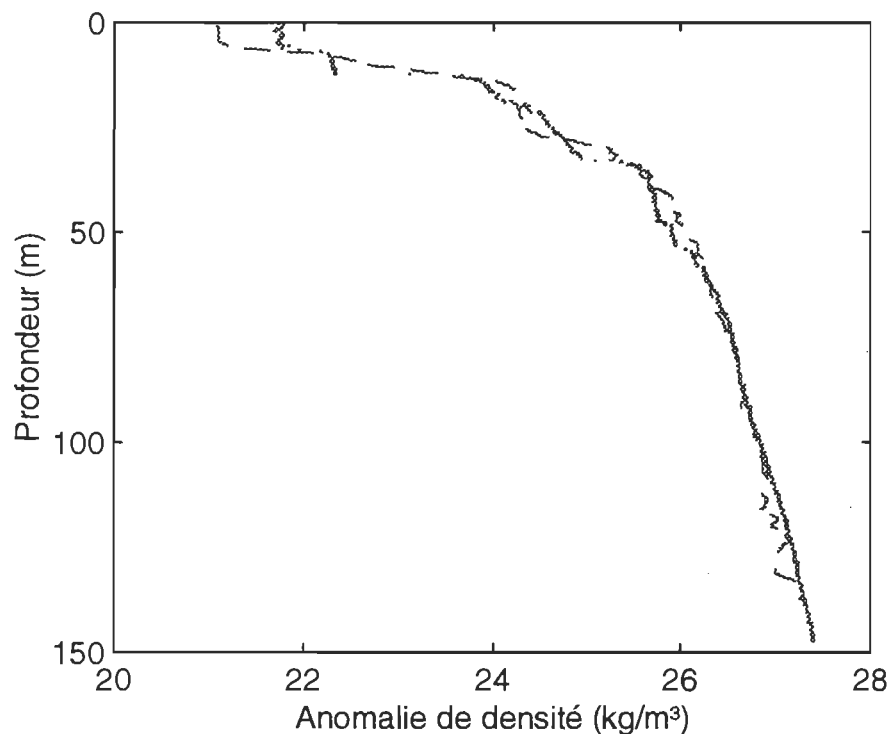


Figure 4.9: Profils de densité associés aux distributions de vitesse a) et b) de la figures 4.6.

La figure 4.10 présente les vitesses selon la radiale 12. La section du haut est associée à la distribution de vitesse a) de la figure 4.6 et celle du bas associée à la distribution de vitesse b) de la figure 4.6. Comme les instabilités sont principalement reliées aux cisaillements vertical et horizontal du courant moyen, nous utiliserons la figure 4.10 pour établir l'épaisseur des couches H_1 et H_2 . Sur cette figure, nous remarquons la difficulté d'établir avec précision l'emplacement de l'interface de la couche de surface et de celle du fond. Il semble que 60 m à 70 m soit une épaisseur valable pour la couche de surface dans notre modèle. Une telle épaisseur nous donne un δ de 0.3. Puisque nous connaissons maintenant la distribution de vitesse, F et δ , nous pouvons utiliser notre modèle pour simuler le courant de Gaspé.

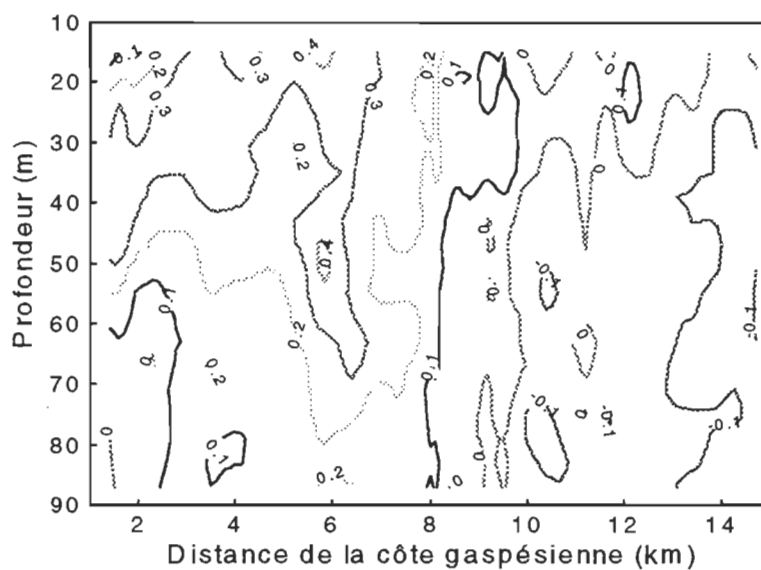
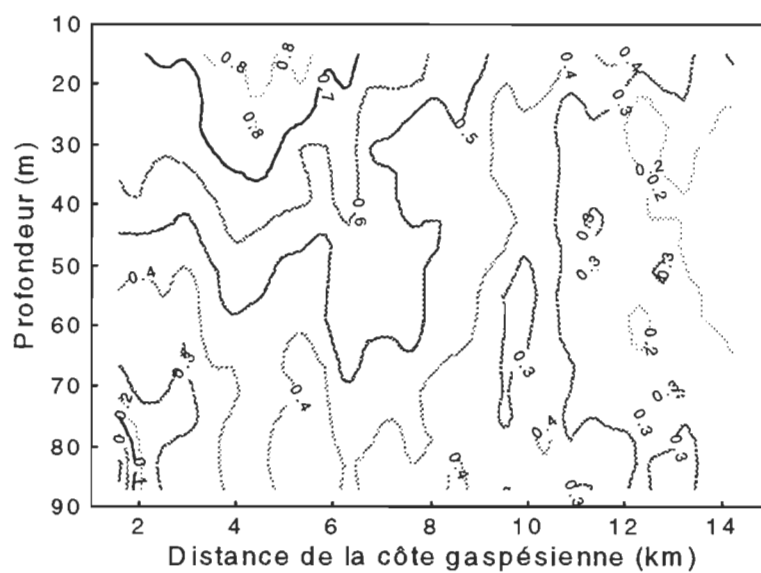


Figure 4.10: Section des vitesses associées aux distributions de vitesse des figures 4.6a) et 4.6b)

Nous avons utilisé les distributions de vitesse minimale et maximale de la figure 4.6. Les résultats des simulations avec la distribution de vitesse de la figure 4.7 sont semblables aux figures 4.3 et 4.4 avec des taux de croissance et des longueurs d'onde différentes (voir tableau 1). Passons immédiatement à la distribution de vitesse de la figure 4.8. Celle-ci a la particularité d'être asymétrique par rapport à la vitesse maximale et donc d'être plus représentative des profils asymétriques de la figure 4.6. Les résultats sont présentés aux figures 4.11 et 4.12. Nous observons que nous sommes ici dans un cas tout à fait différent et qui représente assez bien ce que l'on retrouve dans la littérature, c'est-à-dire une zone d'instabilité mixte pour le cas cartésien. Cependant, si nous regardons les résultats du modèle en coordonnées cylindriques, nous avons une répartition des instabilités complètement différentes. En effet, nous nous retrouvons avec un cas où les instabilités centrifuges dominent largement les instabilités barotropes et baroclines.

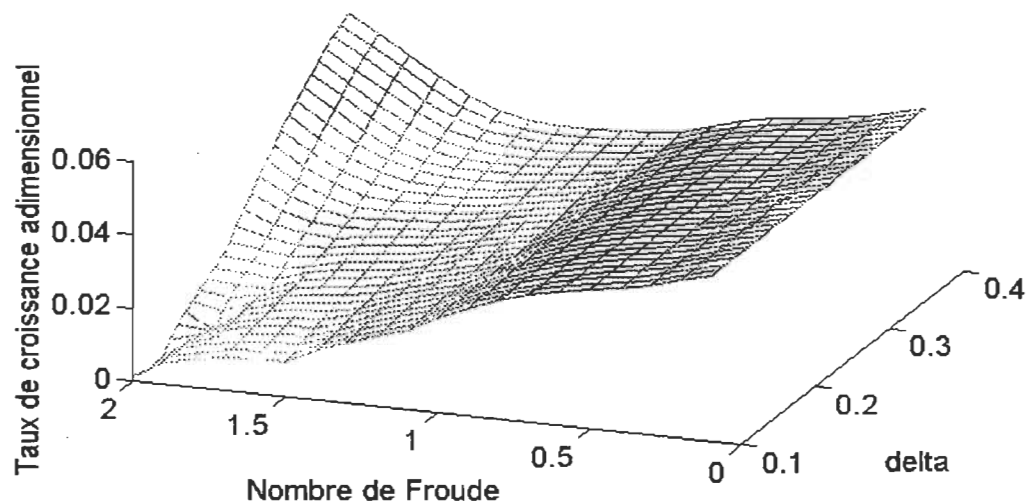


Figure 4.11 : Taux de croissance adimensionnel pour la distribution de vitesse de la figure 4.8 avec notre modèle à deux couches en coordonnées cartésiennes.

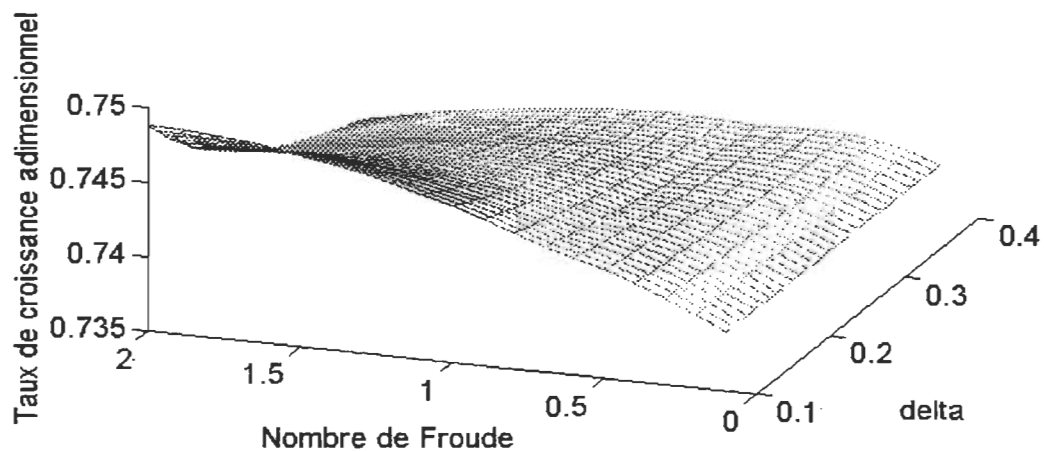


Figure 4.12 : Taux de croissance adimensionnel pour la distribution de vitesse de la figure 4.8 avec notre modèle à deux couches en coordonnées cylindriques.

Tableau 1: Comparaison entre les résultats des simulations et ceux tirés de la littérature.

Source et/ou modèle utilisé	Vitesse maximale de l'écoulement	Longueur d'onde	Inverse du taux de croissance	Type d'instabilité
Tang (1980) (modèle Niiler-Mysak)	0.5 ms ⁻¹	54 km	1 jours	barotrope
Mertz et al.(1988) (modèle Niiler-Mysak(barotrope) modèle Mysak (1977) (barocline))	0.4 ms ⁻¹	40 km -60 km	1.7 jours 5-12 jours	barotrope barocline
Mertz et El-Sabh(1989) (Hart(1974) $\lambda=2$, $F=1.14$, $\delta=0.2$)	0.5 ms ⁻¹	50 km -100 km	5 jours	barotrope et barocline
Modèle cylindrique, distribution: Hart($\lambda=2$), $F=1.14$, $\delta=0.2$	0.5 ms ⁻¹	70 km	6.8 jours	barotrope
Modèle cartésien, distribution: figure 4.2, $F=0.25$, $\delta=0.3$	1 ms ⁻¹	30 km	2.5 jours	barotrope
	0.5 ms ⁻¹	30 km	5 jours	
Modèle cylindrique, distribution: figure 4.2, $F=0.25$, $\delta=0.3$	1 ms ⁻¹	42 km	2.8 jours	barotrope
	0.5 ms ⁻¹	42 km	5.6 jours	
Modèle cartésien, distribution: figure 4.7, $F=1$, $\delta=0.3$	0.4 ms ⁻¹	19 km	3.1 jours	barotrope

Modèle cylindrique, distribution: figure 4.7, $F=1$, $\delta=0.3$	0.4 ms^{-1}	21 km	3.4 jours	barotrope
Modèle cartésien, distribution: figure 4.8, $F=1$, $\delta=0.3$	0.85 ms^{-1}	plus de 150 km	plus de 125 jours	stable
Modèle cylindrique, distribution: figure 4.8, $F=1$, $\delta=0.3$	0.85 ms^{-1}	18 km	1.5 jours	centrifuge
	0.5 ms^{-1}	18 km	2.5 jours	
Modèle cartésien, distribution: figure 4.8, $F=1$, $\delta=0.2$	0.85 ms^{-1}	plus de 150 km	plus de 50 jours	stable
Modèle cylindrique, distribution: figure 4.8, $F=1$, $\delta=0.2$	0.85 ms^{-1}	17 km	1 jours	centrifuge
	0.5 ms^{-1}	17 km	1.7 jour	

Discussion

La principale différence entre le modèle en coordonnées cylindriques et le modèle en coordonnées cartésiennes est la présence d'instabilités centrifuges. Puisque les distributions de vitesse utilisées respectent les critères d'instabilité de Fjortoft et Rayleigh (centrifuge), ces instabilités centrifuges peuvent être des instabilités mixtes centrifuge-barotrope. Cependant, le modèle ne nous permet pas de le confirmer, nous les appellerons donc: instabilités centrifuges.

Le type d'instabilité que nous obtenons, une fois F et δ fixés, est fortement lié à la distribution de vitesse que nous utilisons. Les trois principaux types de distribution de vitesse

que nous avons utilisés sont: celui de Hart(1974) (figure 3.1), un jet symétrique (figure 4.2 et 4.7) ou un jet asymétrique (figure 4.8). Chacun de ces types de distribution de vitesse a généré des instabilités barotropes, baroclines et centrifuges. Cependant, l'importance relative des instabilités centrifuges versus barotropes et baroclines semble liée à l'asymétrie de la distribution. En regardant les taux de croissance des instabilités obtenus à partir des distributions de vitesse des figures 4.2 et 4.7, où seulement la largeur du jet varie, nous observons que les types d'instabilité obtenus sont les mêmes. En fait, la distribution complète des taux de croissance maximaux dans le plan (F, δ) sont les mêmes. Les instabilités barotropes et baroclines dominent les instabilités centrifuges. Cependant, nous observons qu'une distribution asymétrique (figure 4.8) amplifie l'importance relative des instabilités centrifuges. Parallèlement, nous observons que les distributions de vitesse de type jet (symétrique et asymétrique) produisent des instabilités centrifuges dont le maximum se situe dans la zone mixte et stable des instabilités barotropes et baroclines (figures 3.25 et 4.10). Cependant un profil de type Hart(1974) produit des instabilités centrifuges dans la zone des instabilités barotropes seulement (figure 3.11). Nous concluons donc que l'asymétrie d'un profil de vitesse est un facteur important pour le développement d'une instabilité centrifuge. De plus, la distribution du profile de vitesse a des conséquences sur la position des instabilités centrifuges dans le plan (F, δ) .

À toute distribution de vitesse est associé un maximum. Les taux de croissance des instabilités sont proportionnels au maximum de cette distribution de vitesse. Il est donc impératif de bien connaître les vitesses maximales d'une distribution de vitesse pour bien évaluer le taux de croissance des instabilités que nous simulons.

À partir du tableau 1, comparons les résultats obtenus par les modèles en coordonnées cylindriques par rapport à ceux en coordonnées cartésiennes. Les longueurs d'onde sont systématiquement moins longues en coordonnées cartésiennes qu'en coordonnées cylindriques et les taux de croissance sont plus rapides.

En ce qui concerne le courant de Gaspé, les distributions de vitesse de Larouche(1993a) montrent une grande variabilité sur des échelles de temps assez courtes (quelques heures). De façon générale, ces profils ont une distribution asymétrique. Nous en concluons donc que dues à l'éventail de distribution de vitesse possible les trois types d'instabilités sont possibles. Cependant, dues à leur dispersion dans le plan (F, δ) les instabilités barotropes, mixtes et centrifuges sont avantagées devant les instabilités baroclines pures.

Il est difficile de comparer les résultats que nous obtenons avec ceux de la littérature car nos modèles n'acceptent pas les distributions de vitesse continues par morceaux. Nous pouvons, cependant, refaire une simulation de Mertz et al. (1989) car elle est basée sur la distribution de vitesse de Hart (1974) avec $\lambda=2$, nous remarquons, à partir du tableau 1, que notre taux de croissance de 6.8 jours est plus lent mais qu'il correspond bien au taux de croissance de 7 jours estimé par Mertz et al. (1988) à partir d'image satellite. De façon générale, avec des vitesses maximales de 0.40 à 0.50 m s⁻¹, les résultats des distributions de vitesse des figures 4.2, 4.7 et 4.8 varient de 3 à 6 jours pour les taux de croissance et de 20 à 40 km pour les longueurs d'onde. Nous remarquons que les instabilités centrifuges ont des longueurs d'onde plus courtes que celles des instabilités barotropes et baroclines publiées dans la littérature. Les taux de croissance des instabilités centrifuges sont plus rapides que les taux de croissance des instabilités barotropes obtenues à l'aide de modèles baroclines. Les taux de croissance plus rapides sont probablement plus réalistes, car les fluctuations les plus énergétiques observées dans les vents méridionaux ont lieu à tous les 3-5 jours (Koutitonsky et Bugden, 1991). Les longueurs d'ondes sont cependant plus courtes que les valeurs estivales (50-60 km) observées par Tang (1980b) et Mertz et al. (1988). Cependant, elles se comparent aux valeurs automnales (30-40 km) observées par Mertz et al.(1989).

Conclusion

Ce mémoire comportait deux objectifs principaux: établir l'importance de la courbure de la côte sur la stabilité des jets côtiers et étudier les instabilités pouvant se produire dans l'un d'entre eux, le courant de Gaspé. Nous avons bâti nos modèles à partir de l'équation de conservation du tourbillon potentiel pour des systèmes à deux couches en coordonnées cartésiennes et en coordonnées cylindriques.

Nous concluons que nous devons tenir compte de la courbure des jets côtiers pour étudier leur stabilité. Cette courbure de la côte a trois incidences majeures. La première est de permettre le développement d'instabilités centrifuges si le moment angulaire du courant décroît en s'éloignant de la côte vers le large. La deuxième est de changer la distribution des instabilités barotropes en influençant le cisaillement latéral du courant moyen. Et la troisième, l'augmentation systématique de la longueur d'onde et la diminution du taux de croissance lorsque l'on passe des coordonnées cartésiennes aux coordonnées cylindriques.

Pour ce qui est de l'étude du courant de Gaspé. Nous avons montré que le développement d'instabilités centrifuges était possible pour des distributions de vitesse réalistes. L'emploi de données récentes des vitesses dans le courant de Gaspé nous ont permis de montrer la variabilité des distributions de vitesse et toute l'importance que nous devons y donner. En effet, une petite variation dans la symétrie du profil de vitesse (figure 4.7 et 4.8) entraîne des différences majeures sur les types d'instabilité que nous pouvons y rencontrer.

Les instabilités centrifuges, dans le modèle à deux couches, ont généralement des longueurs d'onde de l'ordre de 25 km et des taux de croissance de quelques jours, pour des vitesses maximales de 0.5 m s^{-1} . Il faudrait cependant faire une étude beaucoup plus exhaustive des distributions de vitesse et de densité rencontrées dans le courant de Gaspé pour établir une longueur d'onde et un taux de croissance typique des instabilités centrifuges pour

les différentes saisons. L'observation des figures 4.9 et 4.10 nous force à conclure que les futurs modèles devront, en plus de la courbure de la côte, permettre de mieux représenter les variations latérales et verticales de la densité et des courants dans le courant de Gaspé.

Bibliographie

Benoit, J., 1980. *Variation temporelles et spatiales du courant de Gaspé*. Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Rimouski, 108 p.

Benoit, J., M.I. El-Sabh, and C.L. Tang. 1985. Structure and seasonal characteristics of the Gaspé Current. *J. Geophys. Res.*, 90 (C2): 3225-3236.

Charney, J.G. 1947. The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J. Meteor.*, 4: 153-163.

Couture, M. 1989. *Les remontées d'eau froide à l'embouchure de l'estuaire maritime du Saint-Laurent*. Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Rimouski, 115 p.

Eady, E.T. 1949. Long waves and cyclone waves. *Tellus*, 1: 33-52.

El-Sabh M.I. et J. Benoit. 1984. Variabilité spatio-temporelle du courant de Gaspé. *Science et technique de l'eau*, 17: 55-61

Gill, A.E., 1982. *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press. San Diego. 662 p.

Hart, J.E. 1974. On the mixed stability problem for quasi-geostrophic ocean currents. *J. Phys. Oceanogr.* 4: 349-356.

Ingram, R.G. et M.I. El-Sabh. 1990. Front and Mesoscale Features in the St. Lawrence Estuary, p. 71-93. Dans M.I. El-Sabh et N. Silverberg [eds] *Oceanography of a Large-Scale Estuarine System The St. Lawrence*. Springer-Verlag, New York, 434 p.

- Koutittonsky, V. G., et G.L. Bugden.1991. The physical oceanography of the Gulf of the St.Lawrence: A review with emphasis on the synoptic variability of the motion. p. 57-90. Dans: J.-C. Therriault [ed] *The gulf of St. Lawrence: small ocean or big estuary?* Can. Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci. 113.
- Kundu, P.K. 1990. *Fluid Mechanics*. Academic Press. San Diego. 638 p.
- Larouche, P. 1993a. *Profils de salinité et de température recueillis dans le courant de Gaspé*. Volume 1: Septembre 1991. Rapp. stat. can. hydrogr. sci. océan. 119: v+119 p.
- 1993b. *Profils de salinité et de température recueillis dans le courant de Gaspé*. Volume 2: Mai 1992. Rapp. stat. can. hydrogr. sci. océan. 119: v+134 p.
- 1993c. *Profils de salinité et de température recueillis dans le courant de Gaspé*. Volume 3: Août 1992. Rapp. stat. can. hydrogr. sci. océan. 119: v+96 p.
- 1993d. *Profils de salinité et de température recueillis dans le courant de Gaspé*. Volume 4: Juin 1993. Rapp. stat. can. hydrogr. sci. océan. 119: v+ 46 p.
- Mertz, G., M.I. El-Sabh, D. Proulx, et A. Condal, 1988. Instability of a buoyancy-driven coastal jet: the Gaspé Current and its St.Lawrence Precursor. *J.Geophys. Res.* 93: 6885-6893.
- Mertz, G. et M.I. El-Sabh. 1989. An autumn instability event in the Gaspé current. *J. Phys. Oceanogr.* 19:148-156.
- Mertz, G. et Y. Gratton. 1991. Topographic waves and topographically induced motions in the St. Lawrence Estuary, p. 94-108. Dans M.I. El-Sabh et N. Silverberg [eds]

Oceanography of a Large-Scale Estuarine System The St. Lawrence. Springer-Verlag, New York, 434 p.

Mertz, G., Y. Gratton et J.A. Gagné, 1990. Properties of Unstable Waves in the St Lawrence Estuary. *Atmosphere-Ocean*, 28(2): 230-240.

Mertz, G., V. G. Koutitonsky et Y. Gratton. 1991. On the seasonal cycle of the Gaspé Current, p. 149-152. Dans: J.-C. Therriault [ed] *The gulf of St. Lawrence: small ocean or big estuary?* Can. Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci. 113.

Mysak, L. 1977. On the stability of the California undercurrent off Vancouver Island. *J. Phys. Oceanogr.* 7: 904-917.

-----1981. Baroclinic and barotropic instabilities of coastal currents. *J. phys. Océanogr.* 11(2): 209-230.

-----1982. Barotropic instability of flow along a trench. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 19: 1-38

Niiler, P.P. et L.A. Mysak. 1971. Barotropic waves along an eastern continental shelf. *Geophys. Astrophys Fluid Dyn.*, 2: 273-288.

Pedlosky, J., 1964. The stability of currents in the atmosphere and the ocean: part I. *J. Atmos. Sci.* 21: 201-219.

-----1987. *Geophysical Fluid Dynamics. 2nd ed.* Springer-Verlag, New York, 710 p.

- Pond, S., G.L. Picard, 1983. *Introductory Dynamical Oceanography*. 2nd ed. Pergamon Press, Oxford, 329 pp.
- Tang, C.L. 1980a. Mixing and circulation in the Northwestern gulf of St-Lawrence: A study of a buoyancy-driven current system. *J. Geophys. Res.* 85: 2787-2786
- 1980b. Observation of wavelike motion of the Gaspé current. *J. Phy. Oceanogr.*, 10: 853-860
- Tang, C.L. et A.S. Bennet, 1981. Physical oceanographic observations in the Northwestern Gulf of St. Lawrence. Bedford Institute of Oceanography Data Report Series BI-D-81-6, 127 p.
- Thomson , R.E., 1984. A Cyclonic Eddy over the Continental Margin of Vancouver Island: Evidence for baroclinic Instability. *J. Phy. Oceanogr.* 14: 1326-1348